

IMAGINAIRE GETALLEN

wiskunde in 30 seconden

IN HET KORT (3 SEC.)

Wiskundigen werken tegenwoordig met een uitgebreide getalverzameling, met onder andere het 'imaginaire' getal i , de wortel uit -1 .

MEER WETEN (3 MIN.)

Complexe getallen maken oplossingen mogelijk voor vergelijkingen als $x \times x = -1$. Men kan zich afvragen of er oplossingen zijn voor $x \times x = i$, of dat het systeem nog verder moet worden uitgebreid. Complexe getallen blijken oplossingen te bevatten voor alle mogelijke polynoomvergelijkingen. Dit betekent dat we niet meer nodig hebben dan dat. Dit mooie feit staat bekend als de hoofdstelling van de algebra.

In de loop der jaren hebben

wiskundigen de getalverzameling diverse malen uitgebreid. Negatieve getallen vormen de oudste uitbreiding. In de zakelijke wereld betekent $+4$ een winst van vier eenheden en -4 een schuld van vier eenheden. Negatieve rekenkunde heeft een verrassend kenmerk. Vermenigvuldig een positief getal met een negatief getal, en de uitkomst is negatief, bijvoorbeeld $-4 \times 3 = -12$. Vermenigvuldig een negatief getal met een negatief getal, en de uitkomst is positief, bijvoorbeeld $-4 \times -3 = 12$. Er is geen getal (positief of negatief) dat wanneer het met zichzelf wordt vermenigvuldigd een negatieve uitkomst heeft. Dat betekende dat enkele eenvoudige vergelijkingen zoals $x^2 = -1$ geen oplossing hadden. Dat vormde een obstakel voor het oplossen van ingewikkelder vergelijkingen, ook al waren er oplossingen. De redding kwam in de vorm van een nieuw 'imaginaire' getal i , gedefinieerd als de wortel van -1 , wat wil zeggen $i \times i = -1$. Het begon als een rekentruc en was aanvankelijk controversieel.

Descartes vond de term 'imaginaire' misleidend. In de loop der tijd werd i geaccepteerd als elk ander getal. Tegenwoordig geven wiskundigen de voorkeur aan het systeem van 'complexe getallen'. Het omvat getallen als $2 + 3i$ of $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i$, of algemener $a + bi$, waarin a en b een 'reëel' (dat wil zeggen: decimaal) getal zijn.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
BREUKEN & DECIMALEN
blz. 14
POLYNOMEN (VEELTERMEN)
blz. 80
DE RIEMANNHYPOTHESE
blz. 150

BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

NICCOLÒ TARTAGLIA
1500-1557
GIROLAMO CARDANO
1501-1576
RAFAEL BOMBELLI
1526-1572
CARL FRIEDRICH GAUSS
1777-1855
AUGUSTIN LOUIS CAUCHY
1789-1857

TEKST (30 SEC.)

Richard Elwes

Positieve en negatieve gehele getallen voldeden voor sommige wiskundigen niet, ze hadden imaginaire getallen nodig.



SPELTHEORIE

wiskunde in 30 seconden

Mensen genieten al eeuwen van strategiespellen, van boter-kaas-en-eieren tot schaken en dammen. Sommige zijn gemakkelijker dan andere. Bij boter-kaas-en-eieren is het bepalen van een goede strategie tamelijk eenvoudig. Met enig oefenen verlies je nooit. Speltheorie is de wiskundige studie van zulke strategieën. Neem een spel als 'steen, papier, schaar'. Wat is de beste winstrategie? Als u vaker schaar kiest dan papier of steen, kan de tegenstander daar gebruik van maken en vaker steen kiezen. Tenzij u een patroon ontdekt in wat uw tegenstander doet, is de beste lange-termijnstrategie willekeurig kiezen. Op die manier speelt u net zo vaak gelijk als dat u wint en verliest. Dit heet het 'evenwicht' van het spel, en omdat beide spelers deze strategie toepassen, kan geen van beide de winkans vergroten door van tactiek te veranderen. Het centrale thema van de speltheorie is de door John von Neumann bewezen en door John Nash uitgebreide basisaanname dat allerlei soorten spellen een gegarandeerd evenwicht hebben.

IN HET KORT (3 SEC.)

Strategieën in spellen zoals schaken zijn wiskundig te analyseren. Ze zitten in allerlei wetenschappelijke onderwerpen.

MEER WETEN (3 MIN.)

Speltheorie gaat verder dan het bestuderen van spellen. Toepassingen vindt u in de politieke wetenschap en kunstmatige intelligentie. Spellen staan nog steeds voor uitdagingen. In 2007 ontwikkelde de Canadese professor Jonathan Schaeffer met collega's een onfeilbare damstrategie. Hun programma verliest nooit. Computers verslaan de mens bij schaken, maar een perfecte strategie is nog altijd een droomwens. Het obstakel wordt gevormd door de vele manieren waarop het spel zich kan ontwikkelen, meer dan het aantal atomen in het heelal.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
DE WET VAN DE GROTE
AANTALLEN
blz. 62

GOKKERSMISVATTING – WET
VAN HET GEMIDDELTE
blz. 64

GOKKERSMISVATTING – INZET
VERDOUBBELEN
blz. 66

STELLING VAN BAYES
blz. 70

BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

JOHN VON NEUMANN
1903-1957

CLAUDE SHANNON
1916-2001

JOHN FORBES NASH JR.
1928-2015

JOHN CONWAY
1937-2020

TEKST (30 SEC.)

Richard Dawkins

*Steen, papier, schaar.
Hebt u een strategie?
Wiskundigen wel.*



ORIGAMI-MEETKUNDE

wiskunde in 30 seconden

IN HET KORT (3 SEC.)

Origami-meetekunde is de wiskunde van de vouwkunst waarbij een vierkant stuk papier tot een complexere vorm wordt gevouwen.

MEER WETEN (3 MIN.)

Met origamiwiskunde zijn diverse alledaagse technische problemen opgelost. Op een Japanse satelliet is een zonnepaneel gebruikt dat volgens origamiprincipes was opgevouwen. Origamitechniek is eveneens gebruikt voor optimaal opgevouwen airbags in auto's en er is een op origami gebaseerde stent die bloedvaten openhoudt. Er is ook een uitvouwbare dunne plastic lens ontwikkeld voor een grote ruimtetelescoop.

Origami, de eeuwenoude Japanse papiervouwkunst, is gebaseerd op meetkunde. In de afgelopen decennia is grote vooruitgang geboekt door het toepassen van origamiwiskunde. Huzita, Justin en Hatori formuleerden een verzameling axioma's voor origami die vergelijkbaar zijn met meetkundeaxioma's. Daarnaast zijn in de afgelopen jaren de wiskundige stellingen bewezen die theoretische vragen over origami behandelen. Lang en anderen hebben niet alleen algoritmen ontwikkeld die optimale oplossingen vinden voor het vouwen van complexe figuren, maar ook computerprogramma's die daar gebruik van maken. Hiermee zijn vouwpatronen te maken die aangeven waar een berg- of dalvouw moet komen om de gewenste vorm te maken. Origami is traditioneel gericht op het maken van representatieve vormen zoals dieren en bloemen. Meetkundige vormen zijn het hoofddoel van enkele moderne origamitechnieken. Bij origami is een mozaïekpatroon van vouwen waarin vaak herhalingen zitten het uitgangspunt voor het maken van meetkundige vormen. Shuzo Fujimoto wordt algemeen erkend als degene die met deze vorm van origami is begonnen. Bij modulaire origami worden diverse meetkundige modules, elk van één vel papier, gecombineerd tot complexere modellen.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
ALGORITMEN
blz. 84
EUCLEIDES' ELEMENTEN
blz. 94
REGELMATIGE VEELVLAKKEN
blz. 114

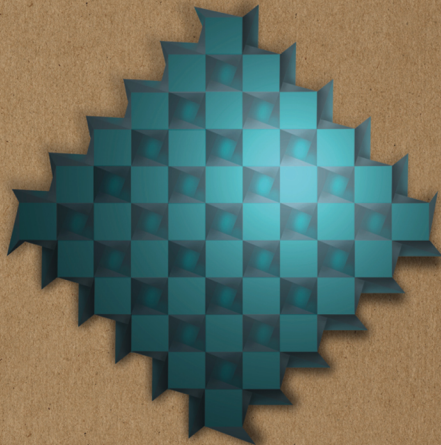
BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

SHUZO FUJIMOTO
1922-
HUMIAKI HUZITA
1924-2005
ROBERT LANG
1961-

TEKST (30 SEC.)

Robert Fathauer

Een origamivouwpatroon waarin één vel papier tot een patroon van zich herhalende vierkanten is gevouwen.



RINGEN & LICHAMEN

wiskunde in 30 seconden

IN HET KORT (3 SEC.)

De verzameling gehele getallen heeft mooie eigenschappen en heet een ring. De verzameling reële getallen is nog mooier en heet een lichaam.

MEER WETEN (3 MIN.)

Ringen en lichamen waren belangrijk omdat wiskundigen zo enkele klassieke problemen konden omzetten naar een geheel nieuwe taal. Die taal leverde het lang gewenste bewijs dat de kwadratuur van de cirkel, de verdubbeling van de kubus en de driedeling van een willekeurige hoek met alleen passer en liniaal onmogelijk zijn. Wiskundigen konden ook bewijzen dat er, ondanks het bestaan van formules voor het oplossen van tweede-, derde- en vierdegraads-poly-nomen, geen formule was voor vijfdegraads-poly-nomen.

Rekenkunde met gehele getallen

omvat twee fundamentele bewerkingen: optellen en vermenigvuldigen (waarna aftrekken en delen volgen). Op school leren we dat voor de som $1 + 4 + 9 + 16$ geen haakjes nodig zijn omdat de uitkomst niet verandert als we de volgorde van de termen veranderen of met een andere term beginnen (optellen is namelijk associatief en commutatief). We leren hoe bewerkingen samenhangen als er gesproken wordt over de distributieve eigenschap van gehele getallen ($a \times (b + c) = a \times b + a \times c$). Veel verzamelingen hebben dezelfde nuttige eigenschappen als gehele getallen. Alle verzamelingen met deze eigenschap noemen we een 'ring'. De verzameling reële getallen is ook een ring, hoewel ze eigenschappen heeft die gehele getallen niet hebben. Gehele getallen kunt u optellen, aftrekken en vermenigvuldigen, en ook de uitkomst is een geheel getal. Als u twee gehele getallen op elkaar deelt, is de uitkomst niet per se een geheel getal. Anderzijds kunt u elk reëel getal delen door een ander reëel getal (behalve nul!) en u krijgt een reëel getal. Dit verschil maakt van de verzameling reële getallen een 'lichaam'.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
OPTELLEN & AFTREKKEN
blz. 40
VERMENIGVULDIGEN & DELEN
blz. 42
POLYNOMEN (VEELTERMEN)
blz. 80
VERZAMELINGEN & GROEPEN
blz. 86
KWADRATUUR VAN DE CIRKEL
blz. 104

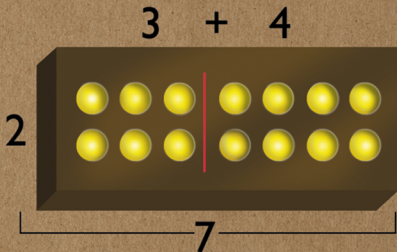
BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

ÉVARISTE GALOIS
1811-1832
RICHARD DEDEKIND
1831-1916
EMMY NOETHER
1882-1935

TEKST (30 SEC.)

David Perry

De distributieve eigenschap geeft aan hoe optellen en vermenigvuldigen samenhangen. Verzamelingen met die eigenschappen heten een ring.



$$2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$$