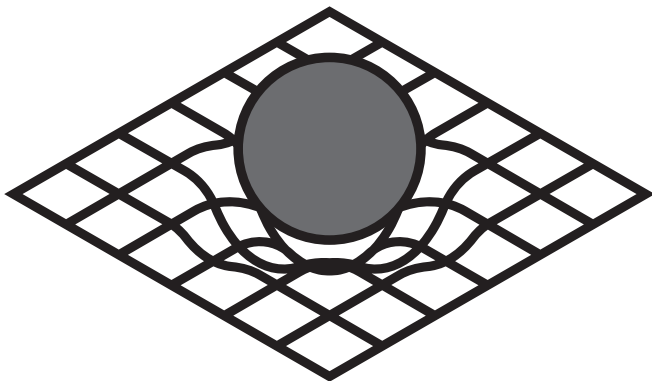




Karel Van Acoleyen

RELATIVITEITS THEORIE

Van stationsklokken tot de big bang



Dank

- Aan Lies Poignie en Isaac Demey van Academia Press voor de prettige samenwerking.
- Aan Wio d’Hespeel, Maarten Baes, Stefanie Deblaere, Isaac Demey, Alex Sevrin, Frans Van Acoleyen en Laurens Vanderstraeten voor het nalezen en de waardevolle bemerkingen.
- Aan de collega’s van de UGent Quantum Group voor de inspirerende plek om aan fysica te doen, verschillende discussies sijpelden ongetwijfeld door in de tekst.
- Aan de zorgwerkers, verpleegsters, dokters, vuilnismannen, kassiersters, postbodes... die ons land tijdens het schrijven van dit boekje draaiende hielden.
- Aan Gloria, Fabian en vooral Leen, voor alles wat telt.

The most beautiful thing we can experience is the mysterious. It is the source of all true art and science. He to whom the emotion is a stranger, who can no longer pause to wonder and stand wrapped in awe, is as good as dead – his eyes are closed.

– Albert Einstein (1930)

*I got a feeling I just can't shake
I got a feeling that just won't go away
You've gotta just keep on pushing
Push the sky away*

– Nick Cave and the Bad Seeds (2013)

INHOUD

PROLOOG	9
1 DE SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE	17
a. Ruimtetijd	17
b. Relativiteitsprincipe	20
c. De absolute en de maximale lichtsnelheid	22
d. Meten is weten, ook voor de tijd	23
e. De relativiteit van tijd en de absolute lichtkegel	27
f. Tijdsvertraging	30
g. Le temps des philosophes	33
h. $E = mc^2$	34
i. Wat met kwantum?	36
2 DE ALGEMENE RELATIVITEITSTHEORIE	43
I. Het equivalentieprincipe	46
II. Het algemene relativiteitsprincipe	50
III. Kaarsrechte banen op een gekromde ruimtetijd	53
3 ZWARTE GATEN	63
4 ZWAARTEKRACHTGOLVEN	77
5 DE BIG BANG	93
EINDNOTEN	111

PROLOOG

Wetenschap is een raar beestje. Aan de ene kant is er de natuur als studieobject. Ontzaglijk, mysterieus, maar in zekere zin ook kil en onpersoonlijk. Het kan haar geen lor schelen dat ze van een verbluffende schoonheid is, of dat ze blijkt te werken op een wonderlijke manier. Aan de andere kant zijn er de wetenschappers. Mensen van vlees en bloed, elk met hun eigen gebreken en talenten, verlangens en vooroordelen, die gedreven door nieuwsgierigheid en verwondering de natuur proberen te doorgronden. Stap voor stap brengen we zo onze kennis vooruit, in een collectief proces van voortschrijdend inzicht. Meestal zijn het kleine stappen, maar soms ook hele grote. Dit boekje vertelt het verhaal van zo'n grote stap: de relativiteitstheorie. Ik zal het hebben over de theorie zelf en over haar manifestaties in de natuur, maar ook over de mensen die haar mee ontwikkelden – soms gebeurde dat onrechtstreeks en zonder dat ze het zelf beseften. En uiteraard moet ik het dan ook hebben over haar ontdekker, Albert Einstein.

Ik spreek hier over dé relativiteitstheorie, in feite zijn er twee relativiteitstheorieën: de speciale en de algemene. Beide werden ontdekt door Einstein, de speciale ontdekt hij in 1905, de algemene in 1915. 1905 is zijn absolute mirakeljaar. Bijna vanuit het niets verschijnt hij op het academische toneel, en staat hij (mee) aan de wieg van de twee grote fysicarevoluties van de twintigste eeuw: de kwantumfysica en de relativiteitstheorie. In maart publiceert hij zijn baanbrekend artikel over

het foto-elektrisch effect. In het verlengde van eerder werk van Max Planck kan hij aantonen dat licht bestaat uit lichtdeeltjes, de zogenaamde fotonen. Licht was voordien bekend als een golf fenomeen, maar blijkt nu dus ook een deeltjeskarakter te hebben. Dit inzicht wordt in de volgende jaren een belangrijke toegang tot de wonderlijke kwantumwereld. Met de speciale relativiteitstheorie komt hij enkele maanden later op de proppen in zijn artikel 'Zur Elektrodynamik bewegter Körper' (Over de elektrodynamica van bewegende lichamen). In één magistrale worp kegelt hij de oude vastgeroeste concepten over ruimte en vooral tijd onderuit. Hierover (veel) meer in hoofdstuk 1.

Het grote probleem waar Einstein vanaf dan voor staat, is dat de zwaartekrachttheorie zoals Newton die ons leerde kennen, niet consistent is met zijn speciale relativiteitstheorie. Dat brengt hem uiteindelijk tot de algemene relativiteitstheorie. Zoals we in hoofdstuk 2 uitleggen, blijken hierbij zowel de zwaartekracht als de relativiteitstheorie een spectaculaire gedaanteverwisseling te ondergaan. Maar daar waar de speciale relativiteitstheorie er komt als een boem paukenslag, zal Einsteins zoektocht naar die finale algemene relativiteitstheorie een jarenlange queeste worden. Hier zoomen we in op de eindtappe en zoeken we Einstein op in Berlijn, begin november 1915.

Einstein, het frivole genie, grappend zijn tong uitstekend naar de wereld, vlotjes levenswijsheden debiterend. Zo is hij het best bekend. Maar daar in Berlijn leren we toch een andere man kennen.¹ Charmant, hoopvol, soms ook euforisch, maar evengoed worstelend met het leven, de maatschappij, en

vooral met die verdomde relativiteitstheorie. Hij beseft het dan misschien nog niet, maar die novembermaand in 1915 zal de meest intense maand van zijn leven worden. Een historische maand van koortsachtig werken en onregelmatig eten, de dag en nacht door elkaar halend, in een langgerekte sprint naar zijn algemene relativiteitstheorie.

Enkele maanden daarvoor had hij een reeks lezingen toegezegd voor de Pruisische Academie voor Wetenschappen. De Academie gold op dat moment als het meest prestigieuze wetenschappelijk instituut ter wereld, en de donderdagse lezingen in de statige zaal van de Pruisische staatsbibliotheek in Berlijn werden steevast bijgewoond door het kruim van de Duitse wetenschap. Deze lezingen werden daarna ook meteen gepubliceerd als een *Sitzungsbericht* (zittingsbericht). Einstein was in het voorjaar 1914 als nieuwe superster van de natuurkunde in de Academie binnengehaald door Planck, zelf ook een van de groten van dat moment. In plaats van, zoals verwacht, een onderzoeksgroep uit te bouwen en zich toe te leggen op de nieuwe kwantumfysica, werkte hij die eerste periode in Berlijn vooral op zijn *Entwurf*-theorie, als voorloper van de algemene relativiteitstheorie. Het is deze theorie die op het programma staat voor de vier novemberlezingen van de Academie.

Entwurf is letterlijk vertaald ‘ontwerp’ – want er was inderdaad nog een klein beetje sleutelwerk aan. Tenminste, zo dacht hij lange tijd. Halfweg oktober stort dat ontwerp als een kaartenhuis in elkaar en moet hij onder ogen zien dat hij de voorbije twee jaar op een dwaalspoor zat. Zijn eerste lezing op 4 november zal hij dan ook besteden aan een uiteenzetting

van de recent ontdekte problemen. Voor de volgende lezingen weet hij het nog niet goed. Door de draad van twee jaar eerder weer op te pikken, hoopt hij snel tot nieuwe resultaten te komen. Alsof dat al niet genoeg druk geeft, begint hij ook de hete adem van een ander genie in zijn nek te voelen. En daar is hij zelf verantwoordelijk voor.

In de zomer van dat jaar gaf Einstein een lezingenreeks aan de universiteit van Göttingen over zijn *Entwurf*-theorie, waarover hij op dat moment nog vol vertrouwen was. Göttingen gold in die periode als het mekka van de wiskunde en de theoretische fysica, met als absolute ster de wiskundige David Hilbert. Einstein keek er dan ook in het bijzonder naar uit om alle subtiliteiten van zijn werk aan Hilbert uit te leggen. Na zijn bezoek was hij zeer tevreden, zo schrijft hij kort daarna aan zijn vriend Arnold Sommerfeld: 'In Göttingen kon ik met veel plezier vaststellen dat alles tot in het detail werd verstaan. Hilbert maakte best wel indruk!'² Hilbert had het vast en zeker verstaan, want vanaf dan gaat de wiskundige zelf op zoek naar de juiste versie van de algemene relativiteitstheorie.

Begin november komt Einstein dat te weten. Om Hilbert de pas af te snijden, houdt hij hem op de hoogte van zijn eigen vorderingen, die hij tijdens de tweede lezing op donderdag 11 november zal presenteren. Langs zijn neus weg informeert hij ook naar Hilberts werk. Het antwoord van Hilbert een dag later moet als een mokerslag aangekomen zijn. Hilbert schrijft dat hij op het punt staat zelf 'met een axiomatische oplossing van uw groot probleem' te komen. Hij had die nog niet openbaar willen maken om eerst de fysische implicaties te bekijken, 'maar omdat u zo geïnteresseerd bent, zal ik

komende dinsdag mijn theorie uitgebreid voorstellen'. Einstein wordt uitgenodigd voor Hilberts lezing op 16 november in Göttingen. Aan het eind van de brief geeft Hilbert de genadeslag, want 'voor zover ik uw nieuwe artikel begrijp, is de oplossing die u aandraagt, een volstrekt andere dan die van mij'.

Zijn vriend en collega Hilbert is dus een concurrent geworden. Dat is des te jammer aangezien hij in Hilbert ook een van zijn weinige medepacifisten vond. De Eerste Wereldoorlog, die een jaar daarvoor in volle hevigheid was losgebarsten, had in de Duitse academische wereld een verstikkende golf van patriottisme veroorzaakt. Zo was er de beruchte petitie 'Aan de Culturele Wereld', later beter bekend als het 'Manifest van de 93', naar het aantal vooraanstaande intellectuelen dat deze tekst ondertekende.³ Een tekst waarin het Duitse militarisme wordt verbonden met de Duitse cultuur als 'erfenis van Goethe, Beethoven en Kant'. Een tekst ook waarin de eerste oorlogsdaden vlotjes verdedigd worden. Hoezo een inval in België? Het Duitse leger had toch toestemming gekregen om het Belgisch grondgebied te betreden. En wat dan met de Belgische slachtoffers? Ze hadden zich maar niet moeten verzetten, onze edele Duitse soldaten handelden enkel uit zelfverdediging. 'You're either with us or against us' dus, of zoals het in de tekst staat: 'Het Duitse leger en het Duitse volk zijn één'.

Bij de ondertekenaars van het manifest vinden we verschillende van Einsteins directe collega's in de Academie. De experimentele fysicus en Nobelprijswinnaar Philipp Lenard is een logische naam – op dat moment al een ultranationalist, later ook een overtuigend nazi, die het theoretische werk van

Einstein zal wegzetten als typisch Joodse spelerei. Tot afgrijzen van Einstein ondertekenden ook drie van zijn vrienden de tekst: Max Planck, Walther Nernst en Fritz Haber. Hoewel hij de persoonlijke contacten blijft onderhouden, breekt hij politiek met hen. Hij wordt lid van de pacifistische Bund Neues Vaterland, die in 1916 verboden zal worden, en treedt ook publiek op het voorplan. Zo publiceert hij, tussen al het wetenschappelijk werk door, in die historische maand november ook nog het essay 'Mijn mening over de oorlog', waarin hij het patriotisme zwaar op de korrel neemt en zich als overtuigd internationalist out. Het meest pijnlijke voor Einstein bleek nog het engagement van Fritz Haber, die de oorlog niet alleen in woorden maar ook in daden ondersteunde. Als briljant chemicus stond de Joodse Haber aan de wieg van de chemische oorlogvoering. Hij ontwikkelde chlorine en andere dodelijke gassen tot chemische wapens en superviseerde persoonlijk de eerste chemische aanvallen in Ieper in april 1915.

Maar het zijn ook de Habers – Fritz en zijn vrouw Carla – die de Einsteins een jaar daarvoor in Berlijn hartelijk hadden verwelkomd. En het zijn ook de Habers die niet veel later trachten te bemiddelen wanneer de huwelijks crisis uitbarst tussen Einstein en zijn vrouw Mileva Marič. Einstein, die ondertussen al een nieuwe relatie met zijn nicht Elsa was begonnen, komt nog met een verbijsterend laatste voorstel in de vorm van een contract. Hierin lezen we onder andere dat Mileva, wanneer hij dat vraagt, onmiddellijk moet stoppen met praten. Het huwelijk springt. Mileva verhuist terug naar Zürich, samen met hun twee jongens Hans-Albert en Eduard. Zijn oudste zoon Hans-Albert neemt Einstein de slechte behandeling van zijn moeder zeer kwalijk. Einstein van zijn

kant probeert wanhopig de getroebleerde relatie te herstellen. In november 1915 probeert Einstein een week samen met Hans-Albert te regelen rond de kerstperiode. Dat verloopt stroef, brieven en postkaarten gaan heen en weer. Eind november schrijft hij: '(...) de onvriendelijke toon in jouw laatste brief bedroeft me zeer (...). Ik wil alleen nog op bezoek komen als jij het wilt.' Het bezoek gaat dus niet door en het komt ook later nooit echt meer goed tussen vader en zoon.

Te midden van al dat persoonlijke en maatschappelijke tumult houdt Einstein de focus op de fysica. Hij voelt dat hij heel dicht staat bij de finale algemene relativiteitstheorie, dat zijn jarenlange zoektocht bijna voorbij is. In zijn derde lezing, op 18 november, kondigt hij triomfantelijk zijn resultaat aan voor de baan van Mercurius. In die tijd was al bekend dat de baan voor deze planeet niet helemaal gehoorzaamde aan de zwaartekrachtwet van Newton. Er was een weliswaar kleine, maar toch duidelijk vastgestelde afwijking. De theorie die Einstein op dat moment gevonden heeft, is nog niet algemeen geldig, maar wanneer hij ze toepast op Mercurius, vindt hij perfect de gemeten afwijking. Hij is euforisch, zijn opwinding is zo groot dat hij hartkloppingen krijgt, alsof er vanbinnen 'iets geknapt is', zo vertelt hij later. Nu weet hij zeker dat de volledige theorie binnen handbereik ligt. Tegen de vierde lezing vallen de laatste puzzelstukjes in elkaar. Op 25 november 1915 schrijft hij uiteindelijk de definitieve vergelijking van de algemene relativiteitstheorie neer op het krijtbord van de Academie. Een zware last valt van zijn schouders. Hij is ontzettend gelukkig, maar ook totaal uitgeput – *'von Deinem zufriedenen aber ziemlich kaputen'* – zo schrijft hij aan zijn vriend Michele Besso.

Maar wat dan met Hilberts lezing van 16 november? Had hij ook al de juiste vergelijking? Dat is tot vandaag onderwerp van discussie. Feit is dat Einstein niet inging op Hilberts uitnodiging voor de lezing in Göttingen. Het staat ook vast dat de originele proefdrukken van het artikel horende bij Hilberts lezing nog niet de juiste vergelijking bevatten. Ten slotte is het ook duidelijk dat Einstein in de jaren daarvoor, overigens voor een stuk geholpen door zijn oud-studiegenoot Marcel Grossman, het belangrijkste conceptuele werk al had gedaan. De theorie miste enkel nog de laatste wiskundige stappen. In de finale versie van zijn artikel, dat pas in december wordt gepubliceerd, erkent Hilbert dat ook. De gepresenteerde vergelijkingen zijn in overeenstemming ‘met de schitterende algemene relativiteitstheorie van Einstein’, zo schrijft hij. En schitteren zal ze.

1 DE SPECIALE RELATIVITEITSTHEORIE

We vliegen er als een sneltrein in en doen in negen stukjes zowel de totstandkoming als enkele van de essentiële inzichten van de speciale relativiteitstheorie uit de doeken. Zet je schrap, want de tijd staat nooit stil.

a. Ruimtetijd

De relativiteitstheorie is de fysica van ruimte en tijd. Dat maakt de theorie zo intrigerend. Vanuit ons dagelijks leven hebben we zowel over ruimte als over tijd een sterke intuïtie, maar zoals Einstein ons vertelt, blijken sommige van onze diep gekoesterde ideeën gewoon fout. Daar komen we later in dit hoofdstuk aan toe. Hier vertrek ik van een aantal inzichten die we wél al juist hebben. Wanneer we 's morgens bijvoorbeeld op de snooze-knop van de wekker drukken, experimenteren we met de beperkingen van de tijd. Eén keer te veel drukken en we lopen onze ochtendafpraak mis. We kunnen niet zomaar even terug in de tijd om dat goed te maken. Dat is helemaal anders bij onze bewegingen in de ruimte, hiervoor zijn alle richtingen toegelaten. Rijden we een verkeerde straat in dan is dat geen probleem, even rechtsomkeer maken en het is opgelost.

Ruimte en tijd gedragen zich dus verschillend, maar om enigszins succesvol door het leven te navigeren, moeten we beide samen gebruiken. Als we met een vriend afspreken, dan leggen we zowel een plaats als een tijdstip vast. Vergissen we ons van plaats of zijn we te vroeg of te laat (die verraderlijke snooze knop toch) dan komt er van de afspraak niets terecht. In de relativiteitstheorie spreken we van de ruimtetijd en onze afspraak komt overeen met een punt in die ruimtetijd. Een plaats in de driedimensionale ruimte wordt wiskundig bepaald door drie coördinaten (x, y, z) . Samen met het tijdstip t geeft dat vier coördinaten (x, y, z, t) voor een punt in de vierdimensionale ruimtetijd. We noemen zo'n punt ook nog een gebeurtenis.

Om de relativiteitstheorie te begrijpen, is het essentieel om een soort vogelperspectief te krijgen op die ruimtetijd, waarbij we in één oogopslag alle gebeurtenissen – ook die op ver-

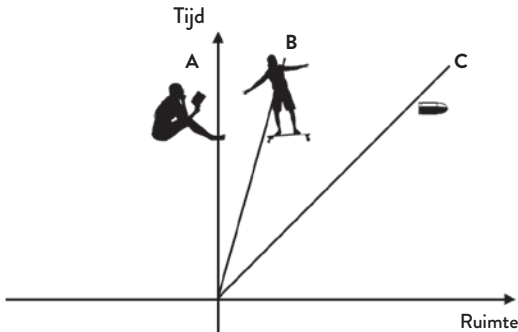


Fig. 1: Ruimtetijd diagram met daarop jouw baan (A) en de baan van de skater (B). Je ziet ook al de baan voor de kogel (C) die we straks in deel c beschrijven.

schillende tijdstippen – kunnen overschouwen. Hiervoor gebruiken we ruimtetijd diagrammen. Uiteraard kunnen we de vier dimensies van de ruimtetijd niet weergeven in één diagram. Net zoals bij een architectenplan voor een gebouw, met een bovenaanzicht en verschillende zijaanzichten, kunnen we ook de ruimtetijd vatten door verschillende tweedimensionale dwarsdoorsnedes te nemen. In figuur 1 zien we een doorsnede in de tijdsrichting en één ruimtelijke richting.

We beschouwen het ruimtetijd diagram vanuit jouw perspectief (de lezer). Zo zie je jouw eigen baan (A) weergegeven. Vanuit jouw standpunt sta je stil en beweeg je dus enkel in de tijd, langs opeenvolgende punten $(0, t)$. Stel je nu, bij wijze van gedachte-experiment, een skater op zijn skateboard voor, en je geeft hem een duwtje naar rechts. Hij rolt verder met constante snelheid v , wat aanleiding geeft tot een rechte baan in het ruimtetijd diagram (B), nu met opeenvolgende punten $(v \times t, t)$.

Uiteraard botst het skateboard op een muur of wordt het afgeremd door de wrijving. Maar fysica is de kunst van de abstractie. Als er geen wrijvingskrachten of andere krachten op het skateboard werken, blijft de skater *vrij bewegen*, rechtdoor en met constante snelheid. Hoe eenvoudig dat ook lijkt, hier zien we al een heel belangrijk inzicht dat volgt uit het ruimtetijdperspectief. Een rechte is een bijzondere kromme vanuit meetkundig oogpunt en het zijn precies de rechten in de ruimtetijd die ons de universele banen geven voor alle objecten waarop geen krachten inwerken. Het is op die manier dat de ruimtetijd ons ‘vertelt’ hoe vrije objecten bewegen. Dit inzicht is overigens vooral belangrijk voor het

volgende hoofdstuk, waar het ons tot een ander wonderlijk inzicht over de aard van de zwaartekracht zal brengen.

b. Relativiteitsprincipe

Het ruimtetijd-diagram van figuur 1 toont jouw standpunt. We kunnen evengoed het standpunt van de skater nemen. Voor hem ben jij het uiteraard die naar links beweegt, terwijl hij stilstaat. Wat is nu het 'juiste' standpunt, wie beweegt hier in feite? Wel, zoals je misschien al vermoedt, zijn beide standpunten correct! Snelheid is volgens de relativiteitstheorie een *relatief* concept, het hangt af van het referentiestelsel. Men spreekt hier ook van het *relativiteitsprincipe*.

Ik herinner mij een klasuitstap met de lagere school, waarbij we een boottocht langs de Schelde maken. Verwoed spring ik omhoog, met het idee dat de boot dan een stukje onder mij zal doorvaren. Maar hoe hard ik ook spring, ik land steeds op exact dezelfde plaats. Vanaf de kade zou een aandachtige toeschouwer mij een parabolbaan zien volgen, met naast de op-en-neerbeweging ook een horizontale beweging met exact dezelfde snelheid als die van de boot. Zo kun je vanaf de kade begrijpen waarom ik steeds op dezelfde plaats land. Het relativiteitsprincipe legt uit dat we het kadeperspectief in feite helemaal niet nodig hebben om dat te begrijpen. Vanuit het standpunt van de boot is het namelijk de kade die beweegt en staat de boot stil. Ikzelf spring recht omhoog en uiteraard land ik dan op dezelfde plek.

Een andere confrontatie met het relativiteitsprincipe maakte je misschien al zelf mee. Je zit op de trein te wachten tot die uit het station zal vertrekken en dommelt een beetje in. Een andere trein komt op het spoor naast je het station binnengereden. Je schrikt wakker, ziet de trein naast jou rijden en vraagt je af: is mijn trein vertrokken of is het de andere trein die beweegt? Volgens het relativiteitsprincipe zijn beide standpunten gelijkwaardig. Om te weten of je al dan niet uit het station vertrokken bent, moet je naar het perron kijken, om zo de snelheid relatief ten opzichte van dat perron vast te stellen.

Let wel, de scenario's van hierboven gaan enkel op voor boten of treinen die met een constante snelheid bewegen. Wanneer de trein bijvoorbeeld versnelt of vertraagt, of wanneer die door oneffenheden in het spoor een beetje heen en weer schudt (en daardoor geen perfect constante snelheid heeft) voel je dat op de trein zelf. Dat zijn de zogenaamde *G-krachten* die je dan ervaart. Zo kun je wel volledig objectief jouw versnelling vaststellen, zonder dat je daarvoor naar buiten hoeft te kijken. In tegenstelling tot snelheid is versnelling volgens de speciale relativiteitstheorie wel een absoluut concept, en er is dan ook een principiële onderscheid tussen versnellende en niet-versnellende waarnemers. Dit onderscheid verdwijnt pas met de algemene relativiteitstheorie die we in het volgende hoofdstuk zien.

Het relativiteitsprincipe begint trouwens niet bij Einstein. Het was Galilei die in het begin van de 17de eeuw voor het eerst de relativiteit van snelheid doorhad. Dat was op dat moment een belangrijk argument voor het heliocentrisch model van Copernicus, dat stelt dat de aarde rond de zon

draait. Als de aarde om haar eigen as draait met een snelheid van bijna 1700 km/h voor vaste punten aan de evenaar, en bovendien ook nog eens rond de zon gaat met een snelheid van maar liefst 30 km/seconde (!), dan zouden we dat toch moeten merken? Wel, net als bij de boot hierboven, is er geen enkel experiment op aarde waaruit je haar snelheid op zich zou kunnen bepalen.⁴

c. De absolute en de maximale lichtsnelheid

Om Einsteins bijdrage te begrijpen, beginnen we met een uitbreiding op ons gedachte-experiment met de skater. We laten de skater een kogel afschieten (baan C in figuur 1). Laat ons zeggen dat de kogel van hem wegvliegt met een snelheid van 2000 km/h, en dat de skater op zijn beurt van ons weg beweegt tegen 20 km/h. Wat is nu de snelheid van de kogel ten opzichte van ons (de lezer)? Op zich lijkt dat eenvoudig. Een vage herinnering aan een les fysica of onze dagelijkse ervaring zegt ons dat de snelheden gewoon opgeteld kunnen worden. Dat geeft ons dan $2000 \text{ km/h} + 20 \text{ km/h} = 2020 \text{ km/h}$ voor de snelheid die de kogel voor ons zou moeten hebben. Dat is ook precies wat Galilei ons vertelt. Wel, en hier zien we een eerste glimp van de speciale relativiteitstheorie, dat blijkt fout. De kogel gaat voor ons een heel klein beetje trager. Snelheden tellen niet zomaar op.

Bij dergelijke *kleine* snelheden is het effect minuscuul, het gaat hier over elf cijfers na de komma. Het effect wordt pas spectaculair wanneer we hetzelfde experiment bij grote snelheden beschouwen. In plaats van een kogel schiet de skater