

DE KLASSIEKE OORSPRONG VAN EEN FASCINEREND IDEE

PYTHAGORAS, PLATO EN HUN ERFENIS

Het krachtige idee dat 'alles getal is', dat de wiskunde ten grondslag ligt aan de wereld en daarom de sleutel vormt tot een dieper begrip ervan, wordt doorgaans toegeschreven aan de presocratische filosoof Pythagoras. Pythagoras is een legendarische, ietwat vage persoon, over wie veel mythes de ronde doen, maar hij heeft vrijwel zeker echt bestaan. Hij zou geboren zijn op het eiland Samos en zich rond 531 v.Chr. hebben gevestigd in Zuid-Italië, waar hij een semireligieuze filosofieschool stichtte. Details van de vroege overtuigingen van de pythagoreeërs zijn onbekend; ze lijken zich vooral te hebben beziggehouden met de studie van muziek en wiskunde. Hun blijvende erfenis bestaat in ieder

geval uit hun ontdekkingen op dit vlak. Volgens Aristoteles geloofden ze dat getallen en verhoudingen de primaire natuurelementen waren en richtten ze hun aandacht op die aspecten waaruit dit het duidelijkst naar voren kwam, zoals de verhouding van toonladders. Ze waren ook zeer geïnteresseerd in geometrische figuren, die ze mystieke eigenschappen toedichtten, net als getallen en verhoudingen. Waarschijnlijk geloofden ze dat getallen en verhoudingen een eigen bestaan leidden, gescheiden van de wereld, en ze ontwikkelden een complexe kosmologie waarin bepaalde getallen en verhoudingen werden geïdentificeerd met specifieke goden. Hun speculaties op het gebied van geometrie waren zo verbonden met de contemplatie van het transcendente en vormden, in hun ogen, een soort gebed. Hun ideeën leven nog altijd voort in het Europese denken. De school van Pythagoras bleef meer dan een millennium lang bestaan en veel van zijn stellingen werden door Plato overgenomen en verwerkt in zijn eigen filosofie.

De invloed van het pythagorisme blijkt het duidelijkst in een van Plato's belangrijkste dialogen, de *Timaeus* uit 360 v.Chr. In navolging van Pythagoras' leer onderscheidt Plato het fysieke, dat onderhevig is aan verandering en verval, en het eeuwige, dat bestaat uit pure, onveranderlijke

vormen. De fysieke wereld is afgeleid van de eeuwige (al zijn de details over hoe dit precies werkt vrij vaag) en bestaat uiteindelijk uit elementaire deeltjes. Die zijn er in vier soorten, corresponderend met de vier elementen van de klassieke oudheid, aarde, lucht, vuur en water. De elementen worden op hun beurt geïdentificeerd met de eerste vier regelmatige lichamen: aarde = kubus, lucht = achthoek, vuur = vierhoek, water = twintigvlak. De vijfde van deze figuren (die bekend werden als de 'platonische lichamen') is het twaalfvlak, dat wordt geassocieerd

met de kosmos zelf. Plato's theorieën raakten uiteindelijk zo verstrengd met de pythagorische leer dat het lastig is om de twee te onderscheiden. De gedachte dat zekere proportionele waarden van belang zijn en het daaraan verwante geloof dat geometrische vormen een tijdloze perfectie bezitten, waren echter zeer hardnekkig en inspirerend voor zowel kunst als wetenschap. De opvatting dat wiskundige en geometrische vormen een middel konden zijn voor begrip van de ware aard van de kosmos, werd in feite een fundamenteel principe

PYTHAGORISCHE FIGUREN

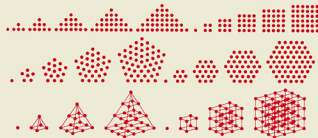
De pythagoreeërs interpreteerden getallen als patronen van punten, die bestonden uit typische 'figuren'. De belangrijkste daarvan was de *tetractys*, de driehoekige figuur van vier rijen waarvan de delen samen het perfecte getal tien vormen (en waarop ze eden zweoeren). Uit deze en andere eenvoudige veelhoekige groepen ontwikkelden ze kubussen, viervlakken, piramides en andere driedimensionale reeksen.

Aristoteles betichtte de pythagoreeërs later van een getallenobsessie en vond veel van hun verklaringen

veel te gekunsteld. Zoals meer numerologen waren ze nogal geneigd de feiten richting hun ideeën om te buigen: 'Als er iets ontbreekt om hun theorieën te completeren, voorzien ze daar snel in.' Maar ondanks de excentriciteit van sommige van hun kosmologische opvattingen bevatten hun theorieën ook heel wat substantie, met name de basisstelling dat wiskunde het fundament is van alles en dat geometrie de hoogste vorm van wiskunde is.



BOVEN: Pythagoras en Plato, zoals afgebeeld op Rafaëls fresco van Griekse filosofen in het Apostolisch Paleis in het Vaticaan. Plato draagt zijn dialoog *Timaeus*, de primaire bron van zijn speculaties over de aard van de fysieke wereld.



van de westerse cultuur. Het is tenslotte de basis-aanname van de natuurwetenschap.

PLATONISME EN GEOMETRIE

Het platonisme is in de eerste plaats gebaseerd op Plato's eigen werk, waarvan het meeste is bewaard, en op de leer van hem en zijn volgelingen aan de opeenvolgende filosofiescholen. Hierdoor ontstond een 'platonisch' traditie, maar het leidde in de loop der tijd niet tot een consistent, coherent gedachtegoed. Platonisme en neoplatonisme betekenden in verschillende periodes nogal verschillende dingen (zie het kader op blz. 13).

De kern van Plato's denken bleef echter behouden: het onafhankelijke bestaan van abstracte concepten, en de interpretatie van de fenomenale wereld als een bleke imitatie of benadering van de ideeënwereld, die eeuwig en perfect is. Plato meende dat deze ideeën of vormen niet direct toegankelijk waren voor de zintuigen, maar alleen aanschouwd konden worden door je af te keren van de 'schaduw-wereld' van zinnelijke indrukken en je te wenden tot een innerlijk bewustzijn. Zo kon je de geheimen van het universum ontsluiten. Geometrie speelde hierin een grote rol. Plato was, net als Pythagoras, gefascineerd door de pure, exacte relaties tussen geometrische figuren, met name de regelmatige veelvlakken. Hij identificeerde ze met zijn ideeën over buitenaardse perfectie. Het motto boven de poort van zijn Academie luidde: 'Wie onkundig is in de geometrie, trede hier niet binnen.' In zijn dialoog

Timaeus (waarin hij zijn kosmologische speculaties uiteenzet) verklaart hij dat 'God steeds geometrie bedrijft' en dat 'geometrie al bestond voor de Schepping'.

Door de speelheid in Plato's geschriften, die worden gepresenteerd in de vorm van dialogen (in wezen discussies), kon hij een scala aan kwesties behandelen zonder ze volledig systematisch uit te werken. De gerepresenteerde ideeën worden grondig onderzocht en getest, maar ze worden nooit direct. Toch droeg zijn focus op de onbetrouwbaarheid van de zintuigen, de vluchtigheid van de waarneembare wereld en de noodzaak van accurate definities en heldere hypothesen veel bij aan de westerse traditie van het wetenschappelijk denken en de wetenschappelijke methode.

*

In zijn *Politeia* stelt Plato dat 'geometrie de ziel richting de waarheid trekt en de filosofische geest creëert' en in *Philebus* laat hij zijn leermeester Socrates de specifieke relatie verklaren tussen geometrie en schoonheid: 'Ik wil niet dat je onder schoonheid van vorm verstaat wat de meerderheid daar meestal mee bedoelt, zoals de schoonheid van levende zaken of afbeeldingen die daarop lijken, maar iets afwisselend rechtehoeken en circulairs, en de vlakken en lichamen die je van het rechtehoekige en circulaire kunt maken met kompas, tekendriehoek en liniaal. Omdat deze dingen niet, zoals die andere, voorwaardelijk mooi zijn, maar mooi in zichzelf.'

DE ATHEENSE ACADEMIE



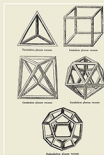
Deze school werd in 387 v. Chr. in Athene gesticht door Plato. Tijdens zijn leven kende de school waarschijnlijk geen specifieke doctrines of een voorgeschreven lesprogramma, maar werden er lezingen gegeven over tal van

onderwerpen, met veel nadruk op de dialectische methode van logische argumentatie. Afgaande op de inhoud en het bereik van Plato's dialogen werden wiskunde, 'natuurfilosofie' (protowetenschap) en politiek onderzocht. Onder de vroege leerlingen waren Aristoteles en de astronoom en filosoof Heraclides (de eerste stichtte later een eigen instituut, het Lyceum). Tot de latere leerlingen hoorden de wiskundige en

astronoom Eudoxos en de filosoof Arcesilaos van Carneades.

Na Plato's dood werden de Academie en het 'platonisme' steeds meer gedomineerd door vernieuwende en verder uitgewerkte filosofische theorieën, zoals het scepticisme en later het stoïcisme. Tot slot overheerste een soort eclecticisme, dat de redelijke aspecten van de diverse concurrerende filosofieën opsteekte. In die vorm werd het platonisme onderzocht tot in het Romeinse tijdperk.

De Academie overleefde de Romeinse verovering en de Athense opstand van 88 v. Chr., maar de politieke gebeurtenissen hadden grote invloed op haar lot. Ze werd min of meer gereactiveerd door personen die zichzelf beschouwden als 'opvolgers' van Plato, maar uiteindelijk in 529 gesloten door de christelijke Byzantijnse keizer Justinianus, een daad van onderdrukking die wel is omschreven als 'het einde van de oudheid'.

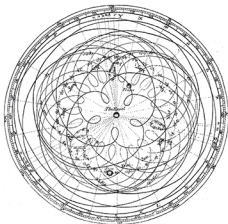


BOVEN: in zijn dialoog *Timaeus* identificeerde Plato de vier elementen lucht, aarde, vuur en water met vier van zijn vijf 'basislichamen', die op hun beurt waren afgeleid



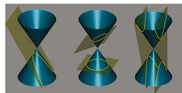
van twee 'basale' rechtehoekige driehoeken. Het vijfde en opmerkelijke lichaam in dit schema, het twaalfvlak, stond voor de kosmos zelf.

over de verhoudingen tussen de dimensies van het twintig- en het twaalfvlak. Deze ontdekkingen werden verbeterd door Hypsicles van Alexandrië (190-120 v.Chr.), in een werk dat later bekend werd als Boek XV van Euclides' *Elementen*. De wiskundige en fysieke speculaties in deze periode neigden meer naar praktische dan naar zuiver theoretische toepassingen, maar Heron van Alexandrië (ca. 10- ca. 70 n.Chr.) hield zich nog bezig met de meting van de relatieve volumes en omvang van veelvlakken. In de vierde eeuw n.Chr.

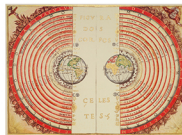


BOVEN: het geocentrische planetoosysteem van Ptolemaeus van Alexandrië uit de tweede eeuw n.Chr. Het voorspelde effectief planeetbewegingen, maar werd in de loop der tijd steeds complexer om duidelijke onregelmatigheden te ondervangen.

RECHTS: het ptolemaïsche geocentrische heelal hield stand tot Copernicus in de zestiende eeuw zijn heliocentrische model voorstelde. Deze late versie komt uit de *Cosmographia* van de Portugese cartograaf Bartolomeu Velho, in 1568 gedrukt in Frankrijk.



BOVEN: Apollonius van Perga bouwde voort op Euclides' werk over kegels en ontdekte de eigenschappen van de uit kegelsneden afgeleide belangrijke krommen: (van links naar rechts) ellips, parabool en hyperbool.



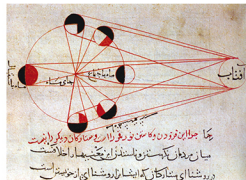
RECHTS: het ptolemaïsche geocentrische heelal hield stand tot Copernicus in de zestiende eeuw zijn heliocentrische model voorstelde. Deze late versie komt uit de *Cosmographia* van de Portugese cartograaf Bartolomeu Velho, in 1568 gedrukt in Frankrijk.

BOVEN: Apollonius van Perga bouwde voort op Euclides' werk over kegels en ontdekte de eigenschappen van de uit kegelsneden afgeleide belangrijke krommen: (van links naar rechts) ellips, parabool en hyperbool.

HET BYZANTIJNSE EN ISLAMITISCHE BEHEER VAN KLASIEK GRIEKSE KENNIS

In de negen eeuwen tussen Justinianus' sluiting van de Atheense Academie en het begin van de renaissance in West-Europa overleefde het platonisme in drie aparte culturele tradities: in het Byzantijnse Rijk, in de islamitische wereld en, in veel beperktere mate, in West-Europa.

In de vijfde eeuw n.Chr. culmineerden de interne problemen en externe bedreigingen die de klassieke wereld al lang verstoorden in de deling van het Romeinse Rijk, de uiteindelijke instorting van het westelijke deel en de officiële adoptie van het christendom in het oosten. Ondanks deze ernstige, soms catastrofale gebeurtenissen wist een aantal dappere en vastberaden geleerden de oude klassieke kennis te conserveren. Veel werd uiteindelijk gered, en onder meer Euclides raakte nooit helemaal in de vergetelheid. De Romeinse filosoof Boëthius (ca. 480-525), die na de val van Rome in hachelijke condities leefde, zag het bijvoorbeeld als zijn levenstaak om Euclides en Ptolemaeus van het Grieks in het Latijn te vertalen. Hij achtte zichzelf zowel platonist als christen en schreef, geheel in de platonische geest, traktaten waarin geometrie werd geassocieerd met muziektheorie en astronomie, en verhandelingen over de regelmatige lichamen. Zijn filosofische inzichten hadden grote invloed op de middeleeuwse Kerk in het westen



BOVEN: een elfde-eeuwse illustratie van de beschrijving van maanclipsen van de islamitische astronoom Al-Biruni, uit zijn *Kitab al-Iqan*. Al-Biruni geeft een uitgebreide verklaring van dit fenomeen.

en vormden een baken van rationeel denken in duistere tijden.

In het christelijke oosten bleef Byzantium nog eeuwenlang een bastion van Griekse beschaving. Men bleef klassieke wetenschap en literatuur doceren, en was taalkundig en wiskundig uitstekend onderlegd, zeker in vergelijking met het barbaarse westen. Euclides' *Elementen* gold nog steeds als