

BREUKEN & DECIMALEN

wiskunde in 30 seconden

De natuurlijke getallen, 0, 1, 2, 3..., vormen de basis van de wiskunde en de mens gebruikt ze al eeuwen. Niet alles is echter uit te drukken in gehele getallen. Als 7 boeren 15 hectare land moeten delen, krijgt elke boer $\frac{7}{15}$ (of $2\frac{2}{3}$) hectare. De eenvoudigste niet-gehele getallen zijn in zo'n breuk uit te drukken. Voor andere getallen zoals π is dit lastig of onmogelijk. Toen de wetenschap zich ontwikkelde, was er behoefte aan een nauwkeuriger verdeling. Zo ontstond het decimale stelsel, een efficiënt, op kolommen gebaseerd stelsel met Arabisch-Indische cijfers. Hierin heeft het getal 725 drie kolommen: 7 geeft de honderdtallen aan, 2 de tientallen en 5 de eenheden. Door na de eenheden een decimale komma toe te voegen en rechts daarvan extra kolommen, was dit stelsel eenvoudig bruikbaar voor getallen kleiner dan 1. Zo staat 725,43 voor 7 honderdtallen, 2 tientallen, 5 eenheden, 4 tienden (van een eenheid) en 3 honderdsten. Door rechts of links kolommen toe te voegen kun je grote en kleine getallen net zo nauwkeurig als nodig weergeven. In feite kun je elk getal tussen de gehele getallen weergeven als een decimaal getal (maar niet als breuk), de zogenaemde verzameling van reële getallen.

IN HET KORT (3 SEC.)

Het uitgangspunt voor de wiskunde is de verzameling van de natuurlijke getallen 0, 1, 2, 3... Zo glippen veel getallen tussen de mazen door. Er zijn twee manieren om ze te bepalen.

MEER WETEN (3 MIN.)

Het vertalen van breuken naar decimalen is niet altijd eenvoudig. Zo zijn 0,25, 0,5 en 0,75 eenvoudig te herkennen als $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{4}$, maar het decimale equivalent van $\frac{1}{3}$ is 0,333333... met een oneindige rij 3'en, en $\frac{1}{6}$ is 0,142857142857142857... met een zich oneindig herhalend patroon. Alle breuken hebben zich herhalende patronen in hun decimalen. Bij getallen die geen breuk zijn, herhalen de decimalen zich niet, zoals bij π . Dit zijn de irrationale reële getallen.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
RATIONALE & IRRATIONALE
GETALLEN

blz. 16
TALSTELSLS
blz. 20
NUL
blz. 36

BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

ABU 'ABDALLAH MUHAMMAD
IBN MUSA AL-KHWARIZMI
ca. 770/780-ca. 850

ABU'L HASAN AHMAD IBN
IBRAHIM AL-UQLIDISI
ca. 920-980

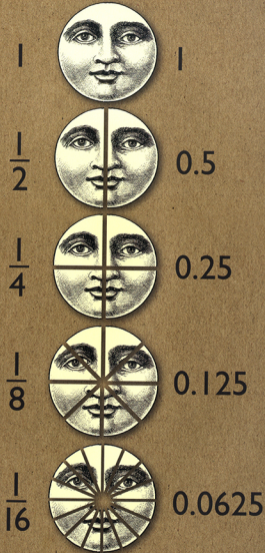
IBN YAHYÁ AL-MAGHRIBÍ
AL-SAMAW'AL
ca. 1130-1180

LEONARDO PISANO
(FIBONACCI)
ca. 1170-1250

TEKST (30 SEC.)

Richard Elwes

Gehele getallen zijn op te delen in fracties, en decimalen geven deze deling nog nauwkeuriger weer.



DE WET VAN DE GROTE AANTALLEN

wiskunde in 30 seconden

IN HET KORT (3 SEC.)

Na genoeg pogingen zal de frequentie van toevallige gebeurtenissen zeer dicht bij de waarschijnlijkheid dat ze gebeuren liggen.

MEER WETEN (3 MIN.)

Jakob Bernoulli zette in 1713 de eerste belangrijke stap naar het bewijs van de relatie tussen waarschijnlijkheid en frequentie. Het werk van Irénée-Jules Bienaymé en Pafnoeti Tsjebysjev versterkte dit idee 150 jaar later. In 1909 plaatste Émile Borel de kers op de taart en toonde aan dat schattingen uiteindelijk zo goed zijn als we zelf graag willen.

Doe een experiment met toevallige uitkomsten, dat u zo vaak u wilt onder dezelfde omstandigheden kunt herhalen, zoals een basketbal door een ring gooien of een munt opwerpen. De waarschijnlijkheid dat u tien keer achter elkaar kop gooit, is klein, maar het kan. Als u de munt oneindig vaak opgooit, zullen onwaarschijnlijke gebeurtenissen zo af en toe optreden. Uiteindelijk zal het percentage kop de waarschijnlijkheid ervan benaderen. Dit is de wet van de grote aantallen, het principe dat op de lange duur de waarschijnlijkheid van een gebeurtenis de frequentie waarmee die gebeurt bepaalt. De wet van de grote aantallen is niet beperkt tot toevallige gebeurtenissen. Stel dat u de gemiddelde lengte van de Nederlandse vrouw wilt weten. Bij het bestuderen van grote populaties zorgt een grotere steekproef voor een betere afspiegeling van het gemiddelde van de populatie. De nauwkeurigheid van de schatting van een gemiddelde neemt echter toe met de wortel van de steekproefgrootte. Voor een goede schatting hebt u een grotere steekproef nodig als wat u meet een grotere variatie vertoont. De wet betekent dat u met voldoende gegevens altijd een zo nauwkeurig mogelijke schatting kunt maken.

VERWANTE THEORIE

Zie ook
GOKKERSMISVATTING - WET
VAN HET GEMIDDELDE
blz. 64

BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

JAKOB BERNOULLI
1654-1705

IRÉNÉE-JULES BIENAYMÉ
1796-1878

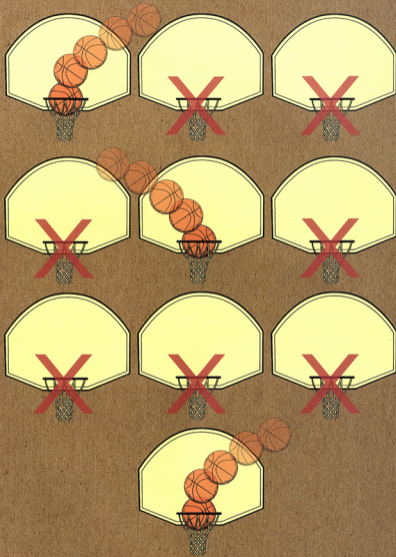
PAFNOETI TSJEBYSJEV
1821-1894

ÉMILE BOREL
1871-1956

TEKST (30 SEC.)

John Haigh

Wat is de kans dat u in een bepaalde tijd drie van de tien keer de bal door de ring gooit? Op de lange duur maakt het niet veel uit.



DE GULDEN SNEDE

wiskunde in 30 seconden

Als u een lijn in een lang (a) en kort stuk (b) knipt, zodat de som van beide stukken gedeeld door het lange stuk gelijk is aan het lange stuk gedeeld door het korte, dus $(a + b)/a = a/b$, hebt u de gulden snede. De verhouding a/b heet ook wel het gulden getal. Het wordt aangeduid met de Griekse letter phi (ϕ), een irrationaal getal dat volgt uit de vergelijking $\phi = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,6180339887498\dots$ Voor wiskundigen is het interessant dat ϕ voldoet aan $\phi^2 = 1 + \phi$ en $1/\phi = \phi - 1$.

De gulden snede zit ook in de lengte van de diagonaal van een regelmatige vijfhoek met een zijde van 1. Het pentagram, een figuur gevormd door de diagonalen van een vijfhoek, had een mystieke betekenis voor Pythagoras en zijn volgelingen. Kunstenaars en architecten gebruiken de gulden snede om voor het oog aangename verhoudingen te creëren. De rij van Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...) heeft de eigenschap dat de verhouding van twee opeenvolgende getallen naarmate ze groter worden ϕ benadert. De gulden rechthoek waarvan de zijden de guldensnede-verhouding hebben, vindt u in de dodecaëder en icosaeëder. Een gulden spiraal ontstaat door de kwartcirkelbogen in vierkanten waarvan de zijde telkens met een factor ϕ kleiner wordt met elkaar te verbinden.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
RATIONALE & IRRATIONALE
GETALLEN
blz. 16
RIJ VAN FIBONACCI
blz. 24
REGELMATIGE VEELVLAKKEN
blz. 114

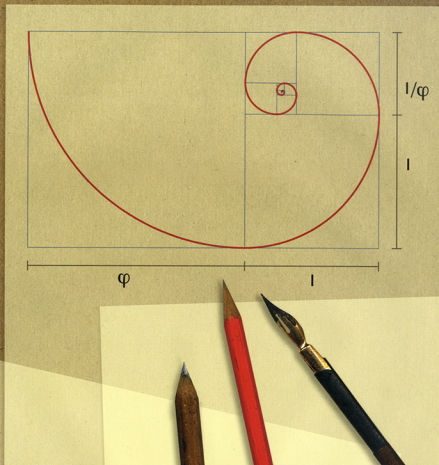
BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

PYTHAGORAS
ca. 570-ca. 495 v.Chr.
LEONARDO PISANO
(FIBONACCI)
ca. 1170-ca. 1250
ROGER PENROSE
1931-

TEKST (30 SEC.)

Robert Fathauer

Een reeks vierkanten waarvan de lengten van de zijden zich verhouden als de gulden snede, vormen een perfecte spiraalvorm. Kwartcirkelbogen in de vierkanten vormen een gulden spiraal.



TOPOLOGIE

wiskunde in 30 seconden

IN HET KORT (3 SEC.)

Net als meetkunde bestudeert topologie vormen. Het verschil is dat topologen twee vormen die in elkaar kunnen overgaan als één vorm beschouwen (homeomorfisme).

MEER WETEN (3 MIN.)

De eulerkarakteristiek is belangrijke topologische informatie van een vorm. Het gaat om het tekenen van punten die met ribben worden verbonden. Op een bol kunnen twee punten en twee ribben worden getekend die de vorm in twee vlakken verdelen. Het uitgangspunt is dat met H hoekpunten, R ribben en V vlakken op elke topologische bol geldt: $H - R + V = 2$ (bij een kubus is $H = 8$, $R = 12$ en $V = 6$). Een torus heeft echter een eulerkarakteristiek 0, wat betekent dat $H - R + V = 0$.

Topologisch zijn een kubus, een piramide en een bol hetzelfde. De reden is dat topologen geen interesse hebben voor de meetkundige details van voorwerpen (lengte, oppervlakte, hoek of kromming). Topologie richt zich op de globale aspecten van een voorwerp en op informatie die rekken en torderen ongedaan maakt (maar niet breken of lijmen). Welke eigenschappen van een vorm overleven dit proces? Typische topologische informatie bestaat uit het aantal en de vorm van de gaten in een voorwerp. De kleine letter 'i' bestaat uit twee delen met een gat ertussen. Topologisch vervormt dit de 'i' tot een 'j' en het getal 11, maar niet aan 'L' of '3'. Het gat in een 'O' mag niet worden verwijderd, wat hem topologisch gelijk maakt aan 'A' en '9', maar niet aan '8'. De plattegrond van de Londense metro is een praktijkvoorbeeld van topologie. De exacte geografie van de stad is opgeofferd, zodat de essentiële topografische eigenschappen, zoals de volgorde van de stations en de kruispunten van de verschillende lijnen, duidelijk te zien zijn.

VERWANTE THEORIEËN

Zie ook
MÖBIUSBAND
blz. 120
KNOPTHEORIE
blz. 130
HET VERMOEDEN VAN POINCARÉ
blz. 146

BIOGRAFIEËN (3 SEC.)

LEONHARD EULER
1707-1783
JULES HENRI POINCARÉ
1854-1912
FELIX HAUSDORFF
1868-1942
MAURICE RENÉ FRÉCHET
1878-1973
LUITZEN EGBERTUS JAN BROUWER
1881-1966

TEKST (30 SEC.)

Richard Elwes

Wat is het verschil tussen een bol en een kubus? Niets, volgens topologen.

