

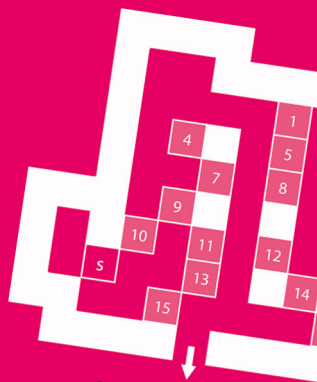
vijf = 6

# DENK WERELD

Creatieve puzzels  
over taal en wiskunde

Jaap Klouwen

Abracadabra



Klunkirriel



# Inhoudsopgave

## Colofon

Eerste druk  
Copyright (©) Veen Media, Amsterdam 2022

Titel  
**DENKWERELD**  
Creatieve puzzels over taal en wiskunde  
Auteur: Jaap Klouwen

Uitgever: Jim Jansen  
Productiecoördinatie: Fenna van der Grient  
(Eind)redactie: Erick Vermeulen  
Ontwerp, opmaak:  
Sagor – grafische producties, Doortje Gorissen  
Omslagontwerp: Buro Blikgoed  
Druk: Wilco

**VEEN MEDIA**  
Oostenburgervoorstraat 166  
1018 MR AMSTERDAM

ISBN 9789085717959  
NUR 918

Niets van deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/  
of openbaar worden gemaakt door middel van druk, foto-  
kopie, microfilm of op welke andere wijze ook, zonder  
voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. /  
No part of this book may be reproduced in any form,  
by print, photocopy, microfilm, or any other means  
without written permission by the publisher.

Voorwoord 5

## Opgaven 7 – 136

1 Sequoia	8	26 Rivieren...	46
2 Extreme woorden	10	27 ... en meren	48
3 Geachte lezer	12	28 Zichtpolymino's	50
4 Een leuk woordgolfdree van Drs. P	14	29 Hidden	51
5 Letterdoolhof	16	30 Vormmagisch vierkant	52
6 Getalldoolhof	17	31 Beauty	54
7 Hamiltondoolhof	18	32 Lichtwerend vierkant	56
8 Alfabetville	19	33 Tokarsky's onverlichtbare kamer	58
9 Kruiswoordpuzzel	20	34 Het monster van Essex	61
10 Fibonacciwoorden	22	35 (N)ooit	63
11 Sokoban	23	36 Sylver coinage	64
12 Kruiswoordpuzzel	24	37 Vanggetallen	66
13 Kruisgetalraadsel	26	38 Lego	69
14 Romeins Arabisch	28	39 Game: Set & match	70
15 Vlechtwerk	29	40 Alfabetische telwoorden	72
16 Verband?	30	41 Hoofdsteden	73
17 Toen tomaten tomaten	31	42 Schaakzetten	74
18 1993	33	43 Denkwereld	76
19 Staartdeling	34	44 Vierkleurenprobleem	78
20 Zelfmatrix	35	45 Alle 26	80
21 Kruiswoordzelfmatrix	37	46 Geschud schaakbord	82
22 Klankonzuiver	38	47 Marco	84
23 Meester Rinus-vijftal	40	48 Abracadabra	86
24 Eilandzichtbaarheid	42	49 Cirkel, ellips en ...	88
25 Zelfstaafdigram	44	50 Spraakgebrek	90

# Inhoudsopgave – vervolg

51 CH <sub>4</sub>	92	Antwoorden en meer	128–208	
52	Blik op oneindig	93	Literatuur	209
53	Rijmdrielingen	94	Bronvermelding illustraties	211
54	Dubbel	96	Index	212
55	200 cc	97		
56	Meer $\mu = \sigma$	98		
57	Hoe rond is een vierkant?	99		
58	Het rondste land	101		
59	Dalyan-kaarttruc	102		
60	Natuurlijke triangulatie	104		
61	Kronkel	105		
62	Vrijheid	106		
63	Zonder titel	107		
64	Nuclear disarmament	108		
65	De perfecte wijzerstand	110		
66	Klunkirriel	111		
67	Droodles	113		
68	The Queen's Gambit	116		
69	Mobile	118		
70	Vennendiagram	120		
71	Unalike words	121		
72	Geografische coördinaten	122		
73	Bedrijfslogo's	123		
74	Woord en getal	124		
75	Vijfzeventig	126		

# Voorwoord

Al in het tweede deel van deze serie boeken beweerde ik dat *Denkwerk* (2014) het laatste deel zou zijn, na *Denkwaar* (2010). Hetzelfde zei ik in het voorwoord van deel drie, *Denkraam* (2018). Ik blijf echter volhouden dat dit vierde deel, *Denkwereld*, het allerlaatste boek is in deze serie. Het is meer dan een trilogie geworden. Hoe heet een serie van vier samenhangende boeken eigenlijk? Een quatrolgie of een tetralogie? Ik zou in quatrolgie een van de letters 'o' het liefst niet hebben, maar voor de reden daarvoor moet u bij puzzel 1 zijn – en we zijn nu pas bij het voorwoord!

Driekwart van de stukjes in dit vierde boek is nieuw. Ze zijn ontstaan doordat de ideeën voor mijn gevoel voor het oprapen liggen; ik doe er geen speciale moeite voor. Een bijzondere eigenschap van een staafdiagram in de krant leidde tot nummer 25; kijken naar de 1000 m schaatsen leverde nummer 55 op (dat ik dat nog nooit eerder had gezien!); een ingezonden brief in *Onze Taal* leidde tot 70. Het geweldige boek *Het monster van Essex* van Sarah Perry leverde maar liefst twee taalkundige ideeën op: 34 en 35. Waarom het woord *abracadabra* 'denkwerk' opleverde leest u in 48!

Verder ben ik ook – ik geef het eerlijk toe – de drie eerdere delen nog eens nagelopen, op zoek naar puzzels die nog een vervolg konden krijgen. Ook bekeek ik puzzels uit mijn oude rubriek 'Denkwaar' (1983-1995) in *Folia*, het blad van de Universiteit van Amsterdam, en suggesties van lezers. Ik noem de stukjes zelf eigenlijk liever geen 'puzzels', maar 'ideeën'. Puzzel klinkt zo 'af', terwijl het mij ook gaat om het hele proces van iets ontdekken, ergens bijzondere eigenschappen in zien, erover nadenken, een idee soms versimpelen, maar soms ook veralgemeniseren, enzovoorts. Dat is natuurlijk de wiskundige in mij.

Het schrijven van dit boek begon al snel na de publicatie van het derde deel, in oktober 2018. Ik ben er in 2019, 2020 en 2021 met niet geheel gelijk verdeelde regelmaat mee bezig geweest. Het waren vaak mooie uren als ik iets fraais ontdekte of onderzocht op rekenkundig, meetkundig of taalkundig gebied. Ik heb er enorm van genoten. Niet voor niets heet dit vierde deel 'Denkwereld'. Het is *mijn* wereld, waar alles (meestal) mooi is, met veel om over na te denken of te ontdekken. Dat het woord 'denkwereld' op zich ook een leuke puzzel met zich mee kan brengen, leest u in nummer 43.

Andere meedenkers waren dit keer Aad Thoen, Pieter Vermeulen, Jan van Kasteel, Josée Bierlaagh, Ruben Huele (die ook veel taalpuzzels programmeerde), Nicole de Jong, Klaas Dekker, Marieke van Lith en Dirk Gorter. Mijn familie bestookte ik wel eens met bijna uitgewerkte stukjes om te onderzoeken wat ze ervan vonden. Mijn dochter Anne dacht mee met klankonzuivere woorden (22). Mijn jongste zoon Koen maakte de figuren van de 'kronkel' in 61 en de bedrijfslogo's in 73. Mijn oudste zoon Bart maakte weer de auteursfoto, net als vier jaar geleden. Mijn vrouw Reina steunde mij weer zoals gewoonlijk en keek niet raar als ik in sommige perioden 's avonds achter de pc kroop.

Ook wil ik Fenna van der Grient van *New Scientist* bedanken voor het in goede banen leiden van alle stappen in het productieproces van *Denkwereld*, van het overleg over omslagen, figuren en andere redactionele zaken. Erick Vermeulen was voor de derde keer op rij weer een meer dan uitstekend redacteur, en Doortje Gorissen leverde ten vierde male (!) werkelijk fantastisch vormgeefwerk.

Amersfoort, augustus 2022  
Jaap Klouwen



## 4 Een leuk woordgolfidee van Drs. P

De titel van deze puzzel was oorspronkelijk heel anders, maar nadat ik het boek *Leve onze goede Czaar – Het nieuwe Drs. P Jaar- en Bewaarboek* (2019), onder redactie van Jaap Bakker, had gelezen, kon ik niet anders. Op pagina 36 staat het volgende gedicht:

Een zwemmer uit Madras zei: ‘Ha, wat leuk!  
Ik zie warempel een sigarenpeuk  
Hij ligt bij dat hotel daar in een perk’  
(’s Mans ogen deden vakbekwaam hun werk)  
‘Hier geeft Voorzienigheid me vast een wenk  
Zij weet, hoe gunstig ik daarover denk  
Elk voordeel, elke vondst verdient mijn dank  
Hoewel... de redenering gaat wat mank:  
Als ik van roken mijn gewoonte maak  
Bederft het mijn gestel – dat zie je vaak  
Mijn longen worden zwart, mijn huid wordt vaal  
Het beste is, dat ik die peuk niet haal’  
Daarop werd hij gegrepen door een haai  
Zodat hij kwam te sterven. Hè, wat saai

Valt u hierbij iets op in de laatste woorden van iedere regel? Het is een serie van een zogeheten ‘woordgolf’: *leuk – peuk – perk – werk – ... – haai – saai*. Elk volgend woord ontstaat door één letter te vervangen; uiteraard moeten de woorden wel echt bestaan. In Drs. P’s gedicht rijmen de gebruikte woorden (uiteraard) ook nog eens twee aan twee. Dat kun je wel aan hem overlaten! Na de eerste regel komt hij in 13 stappen (een sonnet) van *leuk* naar *saai*. In een ander gedicht van hem gaat in een gelijk aantal stappen van *dame* naar *heer*: *dame – name – nare – hare – hart – part – port – kort – kost – post – pest – best – beet – weet – weer – heer*.

Het taalspelletje woordgolf is in 1879 bedacht door de Engelse schrijver/wiskundige/dominee Lewis Carroll (pseudoniem van Charles Lutwidge Dodgson), bekend als auteur van *Alice in Wonderland* (1865). Hij noemde het woordspel *doublets*, maar in het Nederlands kennen wij het als ‘woordgolf’. Ik hoef u wegens de twee

voorbeelden de regels van woordgolf nauwelijks meer uit te leggen: probeer van het ene naar het andere woord te komen door telkens één letter te vervangen. (De woorden hoeven niet te rijmen.) Uiteraard treedt bij dit soort spelletjes het ‘scrabble-probleem’ op. Welke woorden zijn nu precies toegestaan? We spreken af dat we alle Nederlandse Van Dale-woorden, -vervoegingen en -verbuigingen toe te staan. Geografische namen, eigennamen en afkortingen laten we niet meedoen. De ‘ij’ bestaat uit een ‘i’ en een ‘j’ en heeft dus twee letters.

In *Denkwaar* (2010) gaf ik al een aantal woordparen die de lezer in een zo *klein mogelijk aantal* stappen via woordgolf in elkaar moest overvoeren. In dertien stappen van *dame* naar *heer*: dat kan natuurlijk sneller!

Geef series met het kleinste aantal stappen woordgolf tussen:

1. leuk naar saai;
2. dame naar heer;
3. denken naar wereld.

## 10 Fibonacciwoorden

Het is u inmiddels waarschijnlijk bekend dat ik van speciale woorden hou. *Denkwereld* 1 is er een voorbeeld van: ik word vrolijk van een woord als *bankgironummer* (met precies de vijf Nederlandse klinkers). Op vakantie in 2019 maakte ik een foto van een onschuldig uitziende deur in de Noord-Duitse Hanzestad Lübeck. Voorbijgangers keken verbaasd naar deze toerist: waar maakte die nou een plaatje van? Het was van een deur met het opschrift *Büroeingang*, de ingang van een kantoor!

In *Denkraam* 44 ging het over een ander soort woorden: '1234-woorden'. De cijfers sloegen op de frequenties van de voorkomende letters. Zo is *ananas* een '123-woord': 1 keer een s, 2 keer een n en 3 keer een a. Ook *banaan*, *baobab* (de boom) en *rococo* zijn 123-woorden. In de puzzel werd de lezer gevraagd een 1234-woord te zoeken. Mogelijke antwoorden waren *mannennaam*, maar ook *boababboom*!

Hierop voortbordurend is er een andere reeks die mij aanspreekt en zich laat vertalen naar bijzondere woorden: de Fibonaccirij 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13.... Elk volgend getal is de som van de twee voorgaande, beginnend met twee keer 1. Deze reeks is vernoemd naar zijn ontdekker, de Italiaan Fibonacci, die hem in 1202 publiceerde. Het vragen naar een '1123-woord' vind ik net iets te simpel; anderzijds zou het te veel van het goede zijn een '112358-woord' te vragen. Dus is mijn vraag: zoek een '11235-woord'. Ik ging in eerste instantie zoeken in *Woordzoeker* van Dick Beekman. Daarin staan de woorden met hun letters naar lengte en daarin alfabetisch gerangschikt. Kijkend bij de woordlengte 12 en bij 'aaaa...' vond ik op pagina 467 'aaaaapprsttt' met daarachter vermeld: *tastapparaat*. Helaas staat dit woord niet in Van Dale, die we maar weer eens als scheidsrechter gebruiken.

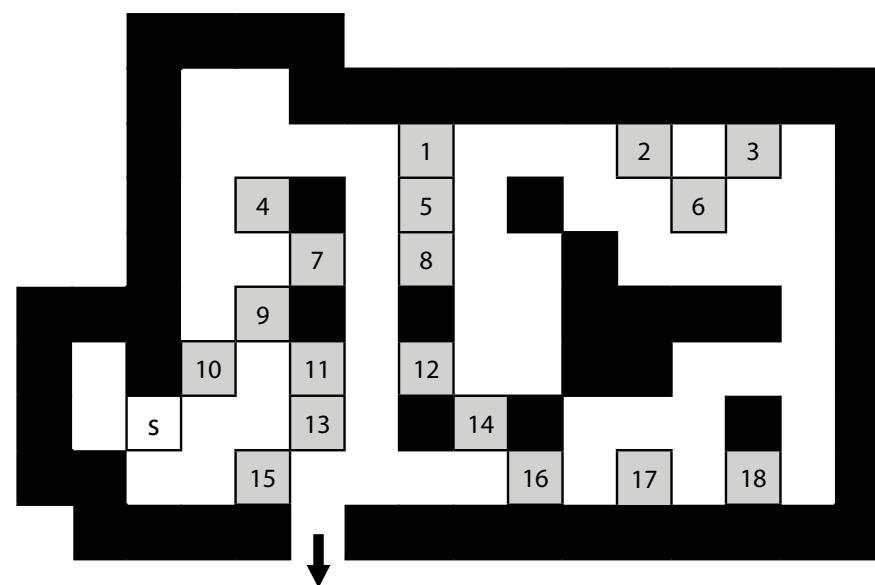
Er zijn er volgens mij drie '11235-Fibonacciwoorden' in de Nederlandse taal. Omdat ze niet erg gemakkelijk te vinden zijn, staan ze hieronder, alle drie met hun meest frequente letter. Van het tweede woord is het leuk dat die niet de 'e' is. Alle drie de woorden staan in Van Dale.

```
_e_e_e_e_e_e_e
k_k_k_k_k_k_k
_e_e_e_e_e_e_e
```

Vind minstens een van deze drie 11235-Fibonacciwoorden.

## Sokoban 11

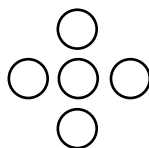
De nu volgende opgave is een variant op de zogeheten 'schuifpuzzel' (zie ook *Denkwaar* 39, waarin een soortgelijke puzzel staat). 'Sokoban' is het Japanse woord voor magazijnmedewerker. Het oorspronkelijk als computerspel bedoelde spel is in 1982 in Japan ontworpen door Hiroyuki Imabayashi. In onderstaande variant moet de magazijnbediende (de speler, of 'sokoban' dus; 'S' in de figuur) een aantal (grote) dozen naar de uitgang van het magazijn verplaatsen. Er zijn echter enkele beperkingen die het vervoer van de dozen bemoeilijken. De dozen hebben geen handvatten, en ze zijn zó zwaar dat de speler er maar één tegelijk kan duwen. Trekken is niet mogelijk. Verder moet de speler geheel achter een doos staan als hij hem wil verschuiven. Ook kunnen de dozen niet gedraaid of gekanteld worden en evenmin diagonaal worden verplaatst. Eén van de gevolgen van deze spelregels is dat als een doos 'in een hoek' wordt gemanoeuvreerd, deze doos *nooit* meer verplaatst kan worden (!).



Hoe kunnen de achttien dozen uit het magazijn worden gehaald?

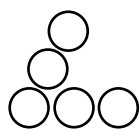
## 24 Eilandzichtbaarheid

In *Denkraam* (2018) introduceerde ik een puzzel over de ligging van de vijf middeiland van de Azoren. Gestileerd getekend liggen deze vijf eilanden zoals in onderstaande figuur.

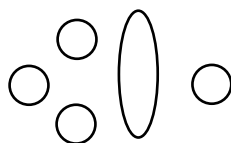


Vanaf het middelste eiland (São Jorge) kun je de andere vier eilanden zien. Vanaf het noordereiland (Graciosa) kun je vanaf geen enkel punt op dat eiland het zuider-eiland (Pico) zien (omgekeerd dus ook niet). Ook kun je vanaf het westelijke eiland (Faial) het oostelijke eiland (Terceira) nergens zien. Omgekeerd geldt dat natuurlijk ook. Het middelste eiland ziet dus vier andere eilanden, terwijl alle andere eilanden maar drie andere eilanden kunnen zien. We noemen deze getallen de ‘eilandvalenties’, hier 43333 (van hoog naar laag genoteerd).

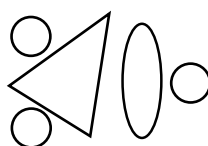
Dit is uiteraard niet de enige manier waarop vijf eilanden elkaar kunnen zien. Hieronder staan nog een paar voorbeelden, met hun eilandvalenties.



44332



43331



32111

Bijvoorbeeld: bij eilandligging 44332 ziet het eiland linksonder slechts de beide buureilanden en het heeft dus valentie 2; die beide buureilanden zien elk vier andere (valentie 4) en de twee eilanden boven en rechts zien er beide drie (valentie 3).

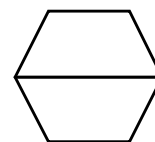
Voor de zekerheid maken we nog even de volgende afspraken over de zichtbaarheid van eilanden.

1. Alle eilanden liggen binnen de (fysieke) grenzen van zichtbaarheid.
2. Eilanden hoeven niet even groot te zijn. Ze kunnen allerlei vormen aannemen.

3. Elk eiland is één geheel, d.w.z. het bestaat op zich niet weer uit andere delen.
4. Zichtbaarheid van eiland B vanaf eiland A betekent dat er minstens één plek op eiland A is van waaruit eiland B zichtbaar is. Dit geldt uiteraard ook omgekeerd.
5. Je kunt niet ‘over een eiland heen kijken’ naar een ander eiland.

Er bleken zestien mogelijke eilandliggingen te zijn bij vijf eilanden (zie *Denkraam* 3: ‘Azoren’).

Nu gaan we een stapje verder en bekijken we zes eilanden. Een van de mogelijke eilandliggingen is natuurlijk 55555, waarbij alle eilanden elkaar zien. Maar bijvoorbeeld 332222 bestaat ook. Wat is daarvan een bijbehorende eilandligging? Een hulptechniek bij het zoeken naar eilandliggingen is de wiskundige ‘graaf’, die uit punten (de eilanden) en lijnen (onderlinge zichtbaarheid) bestaat. De punten stellen hier de eilanden voor en de lijnen de onderlinge zichtbaarheid. Hieronder is de graaf van eilandligging 332222 getekend, met daarnaast een mogelijke ligging van de zes eilanden.



332222

Bedenk nog tien niet genoemde eilandliggingen met zes eilanden.

## 50 Spraakgebrek

Onze voorvaderen  
konden de v, f en w  
niet uitspreken

Op 16 maart 2019 stond er een leuk artikel in *de Volkskrant*. Onder de titel ‘Onze voorvaderen konden de v, f en w niet uitspreken’, vatte wetenschapsjournalist Maarten Keulemans een Zwitsers-Duits onderzoek samen. Tot zo’n tienduizend jaar geleden konden onze voorouders de letters f, v en w waarschijnlijk niet uitspreken. Dat wij dat nu wel kunnen, komt omdat we een lichte overbeet hebben en onze voortanden iets naar voren staan. Daardoor kunnen we onze onderlip gemakkelijker tegen de bovenlip plaatsen en de subtiele lipklanken voortbrengen die nodig zijn voor de f, de v en de w.

Keulemans stelt dat ‘frivool’ dus geklonken zal hebben als ‘iool’ en suggereert dat stenentijdperkbewoner Fred Flintstone door zijn vrouw (‘Ilma’) ‘Red Lintstone’ werd genoemd. Onze voorvaderen hadden dus hoogst waarschijnlijk moeite met woorden als *afvalverwerking*, *antivirussoftware*, *defensiewoordvoerder*, *zelfvertrouwen* en meer – als deze begrippen in die tijd hadden bestaan. En inderdaad: probeert u maar eens met een zo stevig mogelijke onderbeet het woord *zelfvertrouwen* uit te spreken!

De gedachte die bij mij opkwam na het lezen van het artikel was om te zoeken naar woorden waar alle drie die moeilijk uitspreekbare letters *minstens één* keer in voorkomen. De hiervoor genoemde woorden voldoen allemaal daaraan. Laten we dit eens sorteren naar de beginletter. Voor de beginletters c, j, n, q, x en y zijn er volgens mij geen fvw-woorden, dus die slaan maar even over.

Vind voor minstens drie beginletters zonder voorbeeld een fvw-woord.

afvalwarmte  
b...  
doorverwijsfunctie  
e...  
f...  
g...  
halfvolwassen  
informatieverwerking  
k...  
leverafwijking  
m...  
overwinningsfeest  
p...  
r...  
softwarebedrijven  
t...  
v...  
w...  
zwangerschapsverlof





# 75 VERRASSENDE HERSENKRAKERS

Hoe kun je van het woord *dame* het woord *heer* maken, door telkens één letter te veranderen en enkel bestaande woorden te gebruiken? Drs P. denkt hierin mee! Waarom is 200 cc zo'n bijzondere inhoudsmaat? Welke Nederlandse woorden bevatten, net zoals *denkwereld*, precies alle drie de mogelijke e-klanken?

*Denkwereld* staat vol met creatieve puzzels op het gebied van logica, taal en wiskunde. De puzzels vinden hun inspiratie in onder meer spelletjes, wiskundige problemen, literatuur en topografie. Na de eerdere delen *Denkwaar*, *Denkwerk* en *Denkraam* is ook dit vierde boek in de reeks goed voor urenlang puzzelplezier.

In *Denkwereld* ontdek je waarom 'vier' ook '6' kan zijn en 'tien' '1'. Je zoekt uit hoe rond een vierkant is en wat het kleinste getal is dat je niet kunt maken met 2, 3, 7 en 12. Ook kun je aan de slag met rijmdrielingen – zo bestaat er slechts één woord dat rijmt op 'hachelijk' en 'belachelijk'.



Jaap Klouwen is wiskundige. Hij is werkzaam aan de Hogeschool van Amsterdam, onder meer als docent statistiek en wiskunde bij diverse (bedrijfs-)economische opleidingen. Daarnaast schrijft hij hbo-studieboeken en artikelen voor het wiskundetijdschrift *Pythagoras*.

vier = 6

NUR 918 | [newscientist.nl](http://newscientist.nl)



in samenwerking met  
**NewScientist**