

De gelukkige rekenklas aan het werk

IN DE KLAS



De serie **In de klas** bestaat uit een reeks praktische boeken voor docenten, leerkrachten, intern begeleiders en remedial teachers. De boeken zijn geschreven door professionals uit het vakgebied. Zij geven achtergrondinformatie en praktische tips waarmee je direct aan de slag kunt.

In deze reeks zijn onder andere opgenomen:

De gelukkige rekenklas aan het werk Marisca Milikowski & Tom Braams (red.)

Meertaligheid en onderwijs Ellen-Rose Kambel, Orhan Agirdag
& Emmanuelle Le Pichon-Vorstman (red.)

Rijke taal (v)mbo Erna van Koeven & Anneke Smits

Door taal de wereld ontmoeten Linda Vaessen-Moonen

Wat een goede tekst! Petra de Lint & Suzanne van Norden

Spontaan spellen Henriët Odink

Aan de slag met handschriftonderwijs Anneloes Overvelde
& Ria Nijhuis-van der Sanden

Rijke taal Erna van Koeven & Anneke Smits

Zorgplan dyscalculie en rekenproblemen Marije van Oostendorp
& Marisca Milikowski

Aan de slag met rekenproblemen 1 Marije van Oostendorp
Effectief lees- en spellingonderwijs Madelon van den Boer &
Sebastián Aravena

Aan de slag met rekenproblemen 2 Marije van Oostendorp
Dyscalculie en rekenproblemen Marisca Milikowski

Dyslectische kinderen leren lezen Anneke Smits & Tom Braams

Zoek het even lekker zelf uit – middenbouw Harrie Meinen

Zoek het even lekker zelf uit – bovenbouw Harrie Meinen

Dyscalculie en een hoog IQ Marisca Milikowski

De gelukkige rekenklas aan het werk

Marisca Milikowski & Tom Braams (red.)

Boom

© 2008, 2025 M. Milikowski & T. Braams | Boom

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van de artikelen 16h t/m 16m Auteurswet 1912 jo. Besluit van 27 november 2002, Stb. 575, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoeding te voldoen aan de Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl) of contact op te nemen met de uitgever voor het treffen van een rechtstreekse regeling in de zin van artikel 16l, vijfde lid, Auteurswet 1912.

Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot de Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

No part of this book may be reproduced in any way whatsoever without the written permission of the publisher.

Verzorging omslag en binnenwerk: Annelies Bast, Amsterdam

ISBN 978 90 2447 016 7

NUR 840

www.boom.nl/primair-onderwijs

En toen kwam weer het heerlijke wonder dat je telkens en telkens in een klas beleeft; de gulzige aandacht voor 'n stukje zuivere geestelijkheid.

Het bord was nog klam. Ik schreef er een getal op. Een gewoon getal. Ik deed 'n stap opzij, wachtte zwijgend tot de cijfers goed duidelijk wit werden. Er was niet één kind dat minachtend keek omdat het getal zo doodgewoon was. Ze voelden allemaal: d'r kómt wat.

Toen stapte ik weer op het bord af en tekende een komma tussen de achterste twee cijfers. De klas zuchtte even; maar meteen schalde Wim Vaes z'n stem: 'Tiendelige breuken! Heb ik al van m'n vrindje gehoord!'

En van alle kanten kwam een voorzichtig rumoer...

'Juist,' zei ik plechtig, 'tiendelige breuken. Gaan we léren. Als jullie er tenminste zin in hebben.'

Ze werden weer stil, want ze hádden er zin in.

Theo Thijssen, *De gelukkige klas*
(p. 117, uitgave Stichting CPNB, 2007)

Inhoud

1	De kracht van kennisoverdracht	9
	Marisca Milikowski en Tom Braams	
2*	Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen. Mythes in de rekendidactiek	17
	Jan van de Craats	
3	De kracht van uitgewerkte voorbeelden in de rekenles	31
	Marcel Schmeier / Illustraties: Ruud Bijman	
4	Knelpunten in het rekenonderwijs en hoe daarmee om te gaan	43
	Marije van Oostendorp	
5*	Over het onderwijzen van abstracte begrippen	57
	Ron Aharoni	
6	De rol van geheugen bij leren rekenen	65
	Sietske Walda	
7	Het sombeeld, toegang tot het rekenbouwwerk	77
	Rob Milikowski	
8	Rekenonderwijs op de pabo: bron van de rekenramp	85
	Liesbeth van der Plas	
9	Mastery learning als lonkend perspectief voor beter rekenonderwijs	95
	Peter Langerak	
10*	Eerst de automatismen	107
	Ank van Campen	

11*	De handige grafische rekenmachine	109
	Stephan Vermeire	
12*	Automatismen in het rekenen: statisch of wendbaar?	113
	Marisca Milikowski en Tom Braams	
13*	Tekstverklaren met getalletjes	119
	Hugo Bakker	
14*	Horende doof en ziende blind	123
	Marisca Milikowski, Jan van de Craats en Rob Milikowski	
15	Rekenen op goed rekenonderwijs	131
	Eva Naaijken en Martin Bootsma	
16*	Kolomsgewijs rekenen: terug naar de twaalfde eeuw?	135
	Rob Milikowski	
17*	China versus de VS	153
	Marisca Milikowski	
18*	De meester met de bal	157
	Rob Milikowski	
19*	Zorg voor zwakke rekenaars	161
	Marisca Milikowski en Tom Braams	
20*	Onvrede met de rekenmethodes: zelf aan het werk	171
	Arjen de Vries	
21	Hoe oefenen je brein versterkt	175
	Marisca Milikowski	
	Over de auteurs	183

* Overgenomen uit de editie van 2008.

1 De kracht van kennisoverdracht

Marisca Milikowski en Tom Braams

Het gaat niet goed met het rekenonderwijs in Nederland. De leerlingen van nu komen van school met minder rekenkennis dan hun ouders in de vorige eeuw. Om van hun grootouders en overgrootouders maar niet te spreken. En die daling van kennis en prestaties geldt ook voor de taal. Lezen, schrijven en rekenen – het blijft maar achteruitgaan. Te veel scholen falen jaar na jaar op het gebied van kennisoverdracht. En dat is een bedroevende situatie.

De achteruitgang is niet uniek voor Nederland; veel landen in het ooit zo goed geschoolde Westen hebben ermee te kampen. Vlaanderen doet het zelfs nog slechter dan Nederland, zoals cognitief psycholoog Wouter Duyck laat zien (Duyck, 2023). Ook de resultaten van het Franse basisonderwijs kelderen sinds het lang beproefde traditionele curriculum is losgelaten (Hirsch, 2016). En in de Verenigde Staten is de daling van het kennisniveau van schoolverlaters al vele tientallen jaren zichtbaar (Stevenson & Stichter, 1992).

Maar er zijn ook lichtpuntjes. Overheden en particulieren nemen initiatieven om het neergaande tij te keren. Kennisoverdracht komt daarbij weer in het centrum van de belangstelling te staan. Internationaal, zoals bijvoorbeeld in Engeland, maar ook op verschillende plaatsen in ons eigen land. Dit boek doet verslag van zulke hoopgevende initiatieven.

Voorgeschiedenis

Dit boek, *De Gelukkige Rekenklas aan het werk*, is deels een vervolg op en deels een voortzetting van *De Gelukkige Rekenklas* uit 2008 (Braams & Milikowski, 2008). In dat boek bundelden wij een reeks kritische besprekingen van het toen nog oppermachtige 'realistische rekenen' zoals bedacht, uitgewerkt en op nationale schaal geïmplementeerd onder leiding van het Freudenthal Instituut.

Wij waren niet de enigen met zorgen en kritiek. Ons boek verscheen kort na het parlementaire onderzoek door de commissie-Dijsselbloem¹, die in de jaren 2007-2008 probeerde te achterhalen welke gevolgen de onderwijsvernieuwingen hadden die in de jaren negentig van de vorige eeuw werden doorgevoerd. Met die slecht wetenschappelijk onderbouwde en omstreden vernieuwingen zijn volgens de commissie grote risico's genomen. De gevolgen waren desastreus voor de kwaliteit van het onderwijs. Ook de Koninklijke Academie voor Wetenschappen (KNAW) was bezorgd genoeg om kort daarna een eigen onderzoek op touw te zetten. Robert Dijkgraaf, de toenmalige voorzitter van de KNAW, legde uit waarom dit hooggeleerde gezelschap zich met de kwaliteit van het rekenen op de basisschool kwam bemoeien: 'De verschillende onderwijsniveaus zijn (...) nauw met elkaar verbonden', schreef hij. 'Een zwak fundament doet het hele gebouw wankelen' (KNAW, 2009). Dat klopt. In het voortgezet onderwijs en aan de universiteiten hebben leerlingen en docenten veel hinder van de falende kennisoverdracht in het basisonderwijs.

De grootste bezorgdheid van de KNAW gold toen al de situatie aan de lerarenopleidingen voor het basisonderwijs, de pabo's. Studenten kwamen daar vaak binnen met te weinig rekenkennis, aldus de KNAW, en de opleiding voorzag er niet in om de tekorten aan te vullen. Dat is helaas nog steeds het geval.

De uitgave van de *Gelukkige Rekenklas* in 2008 viel samen met

1 Zie voor een goede samenvatting: <https://www.parlement.com/9291000/d/svrapportonderwijs.pdf>.

de oprichting van de Stichting Goed Rekenonderwijs, waar verscheidene van onze auteurs bij betrokken waren en zijn.² Ze viel ook samen met de eerste publieke initiatieven rond Reken Zeker³, een degelijke nieuwe rekenmethode, ontwikkeld door twee voormalige Schooldirecteuren en rekenliefhebbers, Arjen de Vries en Piet Terpstra. De SGR heeft, onder aanvoering van Henk Tijms, publieke support en financiële steun weten te organiseren. Ze heeft daarmee ook een belangrijke rol kunnen spelen bij het doen uitgeven van Reken Zeker. De methode deed het goed, maar jammer genoeg is Reken Zeker inmiddels door uitgever Noordhoff uit de verkoop gehaald.

2008 was ook het jaar waarin de expertcommissie Meijerink, benoemd door de regering, het rapport *Over de drempels met taal en rekenen* uitbracht. In oktober 2009 publiceerde de commissie het daarop aansluitende rapport *Referentiekader taal en rekenen – doorlopende leerlijnen*. Het doel van deze referentiekaders met hun doorlopende leerlijnen was om een betere aansluiting tot stand te brengen tussen basisonderwijs, voortgezet onderwijs, middelbaar beroepsonderwijs en hoger onderwijs (Commissie Meijerink, 2008; 2009). De commissie introduceerde in dat tweede rapport ook de niveaus van beheersing die we kennen met hun codenamen 1F, 1S, 2F, 2S, 3F, 4F en 3S. Deze zijn in 2010 in wetten vastgelegd. De codes worden in het onderwijs sindsdien veel gebruikt. Er kwamen ook nieuwe leerboeken en veel meer toetsen. Maar het eigenlijke doel, verhoging van het niveau ons reken- en taalonderwijs, heeft men ondanks forse financiële injecties niet weten te realiseren.

In het huidige Nederlandse basisonderwijs wordt steeds meer getoetst, en steeds minder geleerd. Hoe is dat te verklaren? Misschien door te bedenken dat de invulling van wat een verbeteringsproces had moeten zijn, opnieuw in handen werd gelegd van dezelfde instanties, SLO en Freudenthal Instituut, die ook eerder al de regie over de neergang voerden.

2 Zie de website van de Stichting: <http://www.goedrekenonderwijs.nl>.

3 Zie <https://www.educatheek.nl/reken-zeker>.

Kennis als sneeuwbal

Moet het onderwijs nu altijd in de put blijven zitten? Nee, zeker niet. Veel mensen in het onderwijs hebben intussen laten zien hoe je goede resultaten kunt neerzetten met je leerlingen. Dat is niet alleen in Nederland zo. De onderwijskundige E.D. Hirsch is al tientallen jaren actief met zijn ‘core knowledge’ beweging in de VS. Hij heeft scholen helpen oprichten en in boek na boek hamert hij op de onvervangbaarheid van kennis als ‘voedsel’ in en voor het onderwijs (Hirsch, 2016; 2020). Kennis moet je zien als een sneeuwbal, is zijn motto. Een sneeuwbal van weten en kunnen, van begrijpen en uitleggen, van relaties zien en nieuwe kennis opnemen. Deze sneeuwbal moet vroeg gaan rollen. Hoe groter hij is, hoe meer hij pakt.

Dit geloof in de kracht van kennis, dat ook Theo Thijssen honderd jaar geleden al bezielde, wint in Nederland weer terrein. Het door het Nederlands Mathematisch Instituut georganiseerde project *Foutloos Rekenen*⁴ is een evident succes. Ook de *Sommenfabriek*⁵ van Liesbeth van der Plas trekt grote aantallen bezoekers. *En wat als we nu weer eens gewoon gingen lesgeven?* Zo noemden schoolleiders Eva Naaijken en Martin Bosma het boek dat zij in 2018 publiceerden over hun kwaliteitsaanpak op de Amsterdamse Turingschool (Naaijken & Bosma, 2018). Hoe je als leerkracht kunt werken aan een hoge kwaliteit van kennisoverdracht werd in 2014 helder beschreven in het door Marcel Schmeier vertaalde en bewerkte boek *Expliciete directe instructie: tips en technieken voor een goede les* (Hollingsworth & Ybarra, 2017). Aan de kwaliteit van kennisoverdracht dragen ook organisaties en initiatieven bij als *Beter Onderwijs Nederland*, *Red het onderwijs*, de *Academische Pabo* van Anna Bosman aan de Radboud universiteit en *Zo leer je kinderen rekenen* van Douwe Sikkes en Loe van der Leeuw.

In dit boek gaat het niet over dyscalculie⁶. Daarover publiceer-

4 www.mathematischinstituut.nl.

5 www.sommenfabriek.nl.

6 Zie de vele publicaties op de website van de Rekencentrale van Rob en Marisca Milikowski: www.rekencentrale.nl.

den auteurs Marije van Oostendorp en Marisca Milikowski andere artikelen en boeken, die eveneens gericht zijn op het leggen van een degelijk en duurzaam fundament voor het rekenen⁷.

Klassieke kanjers

In *Schoolland* van Theo Thijssen, verschenen in 1925, beschrijft meester Staal wat zijn 3e klas (nu groep 5) al presteert op rekengebied⁸.

“Vanmiddag voor de tweede keer deelsommen met nulletjes laten maken. Kon ik mooi met een halve klas doen, want er was gymnastiek. Ieder kind op ‘n bank apart, afkijken onmogelijk, ‘t was heerlijk gewichtig.

Daareven heb ik de papiertjes nagekeken... en ik heb lol gehad, echt schik. Meer dan de helft van m’n klas heeft alle tien de sommetjes goed, minder dan zes goed heeft er geen één. Dat zal me morgen een victorie zijn als ik de papiertjes teruggeef en dan de behaalde cijfers ga optekenen in het dikke boek. {...}

Volgende week, dan introduceer ik de klassieke ‘vorm’-som,

$$\begin{array}{r} 638 \times 425 \\ \hline 1595 \end{array}$$

En dan is werkelijk voor mijn gevoel m’n klas niet meer een kleine-kinderen-klas. ‘t Schiet toch gauw op, als ik me nu herinner dat een klein jaar geleden deze kinderen (...) nog aan de getalletjes onder de honderd waren. En nu al andere week die klassieke kanjers...”

7 Zie bijvoorbeeld Van Oostendorp, M. & Milikowski, M. (2022). *Zorgplan dyscalculie en rekenproblemen. Een handreiking voor het primair onderwijs*. Boom.

8 Het citaat uit *Schoolland* komt uit Thijssen, T. (1995). *Verzameld Werk*. Deel 2. Thomas Rap, Athenaeum-Polak & Van Gennep. Het citaat is te vinden op pagina 164.

Deze leerlingen waren dus bezig de staartdeling te leren, en hadden net een lastige stap onder de knie gekregen: wanneer plaats je in de uitkomst ergens een nul? Dit zijn geen kleinigheden, maar het lukte die klas toch maar wel, honderd jaar geleden op een school in een Amsterdamse volksbuurt⁹. Waarom zouden leerlingen dat in deze tijd niet meer kunnen? De hersens van de mensen zijn in die honderd jaar niet veranderd.

Een van de verklaringen is zonder twijfel het verschil in rekenexpertise bij de leerkrachten. Wat opvalt in de hierboven geciteerde passage is dat meester Staal de prestaties van zijn klas bespreekt in het licht van het hele bouwwerk van rekenkennis dat in de hoofden van zijn leerlingen gestalte krijgt. Hij mijmert over wat ze nu al hebben geleerd, en verheugt zich op wat ze nog gaan leren. Hij kent dit bouwwerk door en door en weet hoe het vanaf z'n fundering stap voor stap in de hoofden van zijn leerlingen moet worden opgebouwd. Het nieuwe moet goed geworteld en goed gefundeerd zijn.

Door rekenkennis in de goede volgorde aan te leren wordt die kennis duurzaam. Je stapelt laag op laag. Werken met een nieuwe laag betekent: gebruiken van eerder aangebrachte lagen. Als je dit eenmaal beheerst kun je er een leven lang plezier van hebben. En je kunt het ook aan een volgende generatie doorgeven.

Deze kennis en beheersing, van het vak rekenen zelf en van de rekendidactiek, heeft meester Staal zich toegeëigend aan de Kweekschool voor Onderwijzers. Net als Theo Thijssen zelf, die met een studiebeurs voor onvermogen leerlingen naar de bekende Kweekschool in Haarlem ging. Het was hard werken aan zo'n klas-sieke Kweekschool, maar als je het diploma haalde wist je ook wat. Aankomende leerkrachten van nu, die op de pabo's wél een reken-toets moeten maken maar nauwelijks rekenles krijgen worden een stuk slechter bedeed. Ook de rekendidactische kennis die de klas-sieke kweekschool zijn studenten aanleerde moeten onze huidige onderwijzers in opleiding missen.

9 Waarschijnlijk de 'kosteloze' school in de Tweede Boerhavenstraat, vlak bij het Oosterpark, Boerhaaveschool, waar Theo Thijssen zelf vele jaren heeft gegeven.

Wat ook opvalt: de hele klas van meester Staal leert op dezelfde manier rekenen. De meester laat op het bord zien hoe de bewerking moet worden gedaan. Hij haalt een leerling voor het bord om ook zo'n som te maken. Hij schrijft een rijtje van dezelfde sommen op, die iedereen vervolgens op z'n lei gaat maken. Hij loopt de banken langs, geeft hulp en deelt krullen uit. Sommige leerlingen leren het snel, anderen moeten meer oefenen en krijgen van de meester extra uitleg of een tip.

Dat was een efficiënte manier van lesgeven, die nog lang na de tijd van Theo Thijssen de meest gangbare aanpak was. En die nu, onder de naam Expliciete Directe Instructie, bezig is met een succesvolle comeback.

Gewoon geluk

Een gelukkige rekenklas is een competente rekenklas. Een klas met leerlingen die weten wat hen te doen staat. Die stap voor stap worden ingewijd in de mysteries van het grote rekenbouwsel.

In dit boek wordt beschreven hoe zulk rekengeluk opnieuw gestalte krijgt, honderd jaar na Theo Thijssens klassieke kanjers. Niet op dezelfde manier, maar wel vanuit een vergelijkbare visie op kennis in het algemeen, op rekenkennis in het bijzonder, en op de kunst van het onderwijzen.

We hebben gekozen voor een combinatie van hoofdstukken die al meededen in *De gelukkige rekenklas* van 2008, en hoofdstukken van nieuwe belangrijke auteurs. Wij beginnen straks, net als het vorige boek, met een klassieke kanjer: *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen*, gebaseerd op een lezing waarmee Jan van de Craats in 2007 de Panamaconferentie op z'n kop zette.

Wij zijn trots op de sterke en afwisselende collectie hoofdstukken die we hier bijeen mochten brengen. Onze auteurs dragen allemaal bij aan het doen ontstaan van meer en meer gelukkige en succesvolle rekenklassen. We hopen dat dit boek veel lezers zal inspireren.