

Basisvaardigheden Wiskunde



Noordhoff

Douwe Jan Douwes & Jaap Grasmeyer

5^e editie

Basis- vaardigheden wiskunde

Douwe Jan Douwes
Jaap Grasmeijer

Vijfde editie, 2024
Noordhoff Groningen | Utrecht

Ontwerp omslag: Shootmedia

Omslagillustratie: Shootmedia

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:
Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB
Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleenen.

0 / 24



© 2024 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, Nederland.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Auteursrechten, databankenrechten en naburige rechten nadrukkelijk voorbehouden. Verwerking door kunstmatige intelligentie niet toegestaan. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN(ebook) 978-90-01-03482-5

ISBN 978-90-01-03481-8

NUR 123

Woord vooraf

Ten opzichte van de vorige uitgave van *Basisvaardigheden Wiskunde* bevat deze vijfde editie enkele nieuwe paragrafen. Dit betreft paragrafen met toepassingen en een nieuwe paragraaf over procenten. Dit leidt er hopelijk toe dat de waardering van dit boek nog hoger wordt.

Met dit boek kun je zelfstandig je wiskundige vaardigheden op een peil brengen dat nodig is om een opleiding aan het hbo met succes te kunnen volgen. De leerstof van dit boek staat op het niveau van havo wiskunde B en bevat van dat programma vooral de onderdelen van de analyse. Studenten met een vooropleiding havo wiskunde B kunnen het boek gebruiken als een snelle opfriscursus wiskunde. Voor studenten met een vooropleiding mbo of een vergelijkbare andere opleiding biedt het boek een effectieve manier om de nodige wiskundekennis te verwerven.

Je kunt beginnen met het maken van de instaptoets. Die vind je op de website. Met deze instaptoets krijg je een beeld van je eigen wiskundige kwaliteiten. Aan het eind van de toets krijg je per hoofdstuk een overzicht van je vaardigheden. Zo kun je snel zien welke onderdelen je in elk geval nog moet bestuderen.

In het boek vind je op de linkerpagina steeds een korte uitleg, meestal voorzien van enkele voorbeelden. Op de rechterpagina staan de bij die uitleg behorende opgaven. De antwoorden van deze opgaven staan achterin het boek. Als je ook wilt controleren of je de juiste aanpak hebt gevolgd, kun je dat doen aan de hand van de uitwerkingen op de website. Mocht je nog meer oefening willen hebben, dan kun je daarvoor de extra opgaven op de site gebruiken. Deze opgaven hebben dezelfde moeilijkheidsgraad als de opgaven in het boek en zijn soms voorzien van aanwijzingen voor de meest geschikte aanpak. Met de korte diagnostische toets die je van elk hoofdstuk op de site vindt, kun je nagaan of je het onderwerp voldoende beheerst.

We wensen je veel plezier en succes bij het werken met dit boek.

Douwe Jan Douwes en Jaap Grasmeijer

Inhoud

Voorwoord

1 Rekenen

- 1.1 Afronden 8
- 1.2 Schattend rekenen 10
- 1.3 Voorrangsregels 12
- 1.4 Breuken 14
- 1.5 Optellen en aftrekken van breuken 16
- 1.6 Vermenigvuldigen en delen van breuken 18
- 1.7 Procenten 20

2 Machten

- 2.1 Positieve gehele exponenten 22
- 2.2 Negatieve gehele exponenten 24
- 2.3 Gebroken exponenten 26

3 Haakjes

- 3.1 Haakjes wegwerken 28
- 3.2 Merkwaardige producten 30
- 3.3 Ontbinden in factoren 32

4 Breuken met letters

- 4.1 Optellen en aftrekken 34
- 4.2 Vereenvoudigen 36
- 4.3 Vermenigvuldigen en delen 38
- 4.4 Toepassingen 40

5 Formules en grafieken

- 5.1 Een getal invullen 42
- 5.2 Formule – tabel – grafiek 44
- 5.3 Grafieken verschuiven 46
- 5.4 Grafieken uittrekken en in elkaar duwen 48
- 5.5 Grafieken spiegelen 50
- 5.6 Toepassingen 52

6 Lijnen

- 6.1 Eerstegraadsvergelijkingen oplossen 54
- 6.2 Eerstegraadsongelijkheden oplossen 56
- 6.3 Vergelijking van een lijn 58
- 6.4 Vergelijking van een lijn opstellen 60
- 6.5 Twee vergelijkingen met twee onbekenden 62

7 Tweedegraadsfuncties

- 7.1 Tweedegraadsvergelijkingen 64
- 7.2 De abc -formule 66
- 7.3 Tweedegraadsfuncties 68
- 7.4 Kwadraatafsplitsen 70
- 7.5 Snijpunten van parabolen uitrekenen 72

8 Breuken van functies

- 8.1 De grafiek van $y = \frac{1}{x}$ 74
- 8.2 Breuken van lineaire functies 76
- 8.3 Breuken van lineaire functies omkeren 78
- 8.4 Breuken van andere functies 80

9 Machtsfuncties

- 9.1 Positieve gehele exponenten 82
- 9.2 Negatieve gehele exponenten 84
- 9.3 Wortelfuncties 86
- 9.4 Wortelvergelijkingen 88
- 9.5 Inverse functies (1) 90
- 9.6 Inverse functies (2) 92

10 Exponentiële en logaritmische functies

- 10.1 Exponentiële functies 94
- 10.2 De inverse van exponentiële functies 96
- 10.3 Logaritmische functies 98
- 10.4 Rekenregels voor logaritmen 100
- 10.5 Het grondtal 10 en het grondtal e 102
- 10.6 Toepassingen 104

11 Goniometrie

- 11.1 Goniometrie in de rechthoekige driehoek 106
- 11.2 Graden en radialen 108
- 11.3 De eenheidscirkel 110
- 11.4 Grafieken van goniometrische functies 112
- 11.5 Eigenschappen van sinus, cosinus en tangens 114
- 11.6 Amplitude, periode, frequentie en evenwichtsstand 116
- 11.7 Basisvergelijkingen goniometrie 118
- 11.8 De sinusregel 120
- 11.9 De cosinusregel 122

12 Differentiëren

- 12.1 Raaklijnen aan een grafiek 124
- 12.2 Grafieken van rico's: $f'(x)$ 126
- 12.3 Afgeleiden van standaardfuncties 128
- 12.4 Som- en productregel 130
- 12.5 Kettingregel 132
- 12.6 De afgeleide van een quotiënt van functies 134
- 12.7 Stijgen, dalen, extreme waarden 136
- 12.8 Toepassingen 138

13 Integreren

- 13.1 Oppervlakte benaderen met rechthoeken 140
- 13.2 Primitieve functie 142
- 13.3 Bepaalde integraal en oppervlakte 144
- 13.4 Toepassingen 146

14 Vectoren

- 14.1 Definitie en notatie 148
- 14.2 Rekenen met vectoren 150
- 14.3 Lengte van een vector 152
- 14.4 Inwendig product 154
- 14.5 Toepassing inproduct 156
- 14.6 Uitwendig product 158
- 14.7 Eigenschappen en toepassing uitproduct 160

Antwoorden 162

Trefwoorden 200



1.1 Afronden

Bij het **schatten van grootheden** (lengte, gewicht, tijdsduur, ...) gebruik je getallen, die een benadering zijn van de werkelijke waarde en die handig zijn om te onthouden of om mee te rekenen. Dit zijn **afgeronde getallen**.

Voorbeelden

- 1 In 2006 had Nederland 16,3 miljoen inwoners.
- 2 De lengte van mijn straat is ongeveer 100 meter.

Bij afronden geef je altijd aan op welke decimaal (honderdtallen, tientallen, helen, tienden, honderdsten) je afrondt.

Bij **meetgetallen** (dat zijn uitkomsten van metingen) geef je altijd de maateenheid waarin je werkt.

Voorbeelden

- 3 2 uur, 16 minuten, 34 seconden wordt 2 uur 17 minuten als je op minuten afrondt.
- 4 7328 gram wordt 7 kg als je op kilogrammen afrondt.
- 5 857 afronden op tientallen.

Op de getallenlijn ligt 857 tussen 850 en 860.

Het dichtstbijliggende tiental is 860.



Afspraak

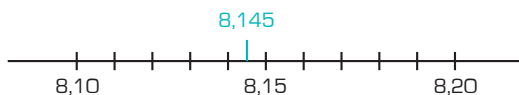
Bij afronden kies je het getal op de getallenlijn dat het dichtst ligt bij het af te ronden getal.

Als het getal precies midden tussen de afrondingswaarden ligt, kies je de grootste waarde.

Je kijkt altijd maar één decimaal verder dan het aantal decimalen waarop je wilt afronden.

Voorbeelden

- 6 8,15 afronden op tienden geeft 8,2
- 7 8,145 afronden op tienden geeft 8,1 (je kijkt alleen maar naar de 4)



Opgaven

- 1**
- | | | | | | |
|----------|--|---------|---------|----------|--------|
| a | Rond af op 5 eurocenten: | € 72,18 | € 0,02 | € 201,05 | € 9,97 |
| b | Rond af op hele euro's: | € 72,18 | € 0,02 | € 201,05 | € 9,97 |
| c | Rond af op honderdtallen: | 7832 | 18015 | 8195 | 11075 |
| d | Rond af op duizendtallen: | 7832 | 18015 | 8195 | 11075 |
| e | Rond af op een geheel getal: | 5,76 | 5,49 | 4,73 | 5,50 |
| f | Rond af op tienden: | 11,27 | 0,2345 | 6,091 | 20,40 |
| g | Rond de volgende tijdstippen af op een half uur: | 17.20 u | 02.33 u | 11.58 u | 3.47 u |
- 2**
- a** Van welk van de drie getallen 4752300, 4685998, 4642405 is 4,7 miljoen de afronding?
- b** 0,2 is de afronding van een getal op tienden. Noem een paar getallen die dat geweest kunnen zijn.
- c** 5800 is de afronding van een getal op honderdtallen. Teken het interval waarbinnen die getallen liggen.
- d** Doe hetzelfde als het getal op tientallen afgerond was geweest.
- 3** Op paaszaterdag, paaszondag en Tweede Paasdag 2006 bezochten 19415, 23554 en 22469 mensen de Keukenhof.
- a** Schat hoeveel er dat in totaal zijn geweest (afronden op duizendtallen).
- b** Wat zou je als aantal per dag noemen?
- 4** Dirk behaalde de volgende cijfers voor zijn proefwerken: 8, 4, 5, 6, 7, 9, 7, 8, 6, 6. Zijn docent geeft alleen hele cijfers op het rapport. Welk cijfer krijgt Dirk op zijn rapport?
- 5** Maak de volgende opgaven met een rekenmachine, maar schat vooraf de uitkomsten.
- a** $12,7 \times 102,87$
- b** $0,045 \times 0,53$
- c** $5,98 : 2,7$
- 6** Van drie rapportcijfers is het op tienden afgeronde gemiddelde 7,3. Welke cijfers kunnen dat geweest zijn?

1.2 Schattend rekenen

Bij **schattend rekenen** bereken je wat ongeveer de uitkomst is van een berekening. Je rekent met gemakkelijke en afgeronde getallen. Door schattend te rekenen kun je goed controleren of je geen fouten hebt gemaakt bij het intoetsen van je rekenmachine.

Voorbeelden

- 1 18×48 is iets minder dan $20 \times 50 = 1000$.
- 2 Je koopt 8 pakken melk à € 0,73. Heb je aan € 5,- euro genoeg?
 $8 \times 0,75 = 4 \times 1,50 = 6,00$. Je hebt dus niet genoeg aan € 5,-
- 3 Een auto kost € 15 375 plus 21% btw. De btw is ongeveer 20% van € 15 000, dat is € 3 000. Je schat de uitkomst vooraf op ongeveer € 18 000. Daarna reken je het precies uit met een rekenmachine.
- 4 Je toetst in $0,023 \times 85$ en je schrijft op (op een decimaal afgerond) 19,6. Dat klopt niet, want $0,02 \times 90 = 2 \times 0,9 = 1,8$.

Voor schattend rekenen moet je de volgende basisvaardigheden beheersen:

- vlot kunnen optellen en aftrekken met hele getallen onder 100;
- de tafels van vermenigvuldiging kennen, zowel heen als terug;
- vlot kunnen rekenen met 'nullen' ($0,23 \times 200 = 23 \times 2$).

Voorbeelden

- 5 $92 \times 69 \approx 90 \times 70 = 6300$
- 6 $5988:33 \approx 6000:30 = 600:3 = 200$
- 7 $0,42 \times 24,1 \approx 0,40 \times 25 = 4 \times 25:10 = 10$

Schattend rekenen gebruik je ook wanneer je niet exact hoeft of kunt rekenen.

Voorbeelden

- 8 De 1e druk van dit boek kostte in 2009 € 23,95. De laatste exemplaren liggen nu voor € 11,75 in de uitverkoop. Hoeveel is de korting?
De korting is iets meer dan 50%, want $2 \times € 11,75 = € 23,50$.
- 9 Zondagavond keek 16,9% van de Nederlanders ouder dan 5 jaar naar het 8 uurjournaal. Om hoeveel mensen gaat het dan?
16,9% is ongeveer een zesde deel. Er zijn 17 miljoen Nederlanders. Daarvan is ongeveer 15 miljoen ouder dan 5 jaar.
Er keken dus ongeveer $\frac{1}{6} \times 15 = 2\frac{1}{2}$ miljoen mensen naar het journaal.

Opgaven

7 Kies snel het goede antwoord door eerst te schatten.

- | | | | | |
|----------|------------------|--------|--------|---------|
| a | $997 + 998 =$ | A 2015 | B 1995 | C 10995 |
| b | $78 \times 82 =$ | A 6396 | B 5616 | C 6416 |
| c | $1357 - 260 =$ | A 1103 | B 1117 | C 1097 |
| d | $987 : 47 =$ | A 27 | B 23 | C 21 |

8 Kies snel het beste antwoord door eerst te schatten.

- | | | | | |
|----------|-------------------|---------|---------|---------|
| a | $7347 + 3759 =$ | A 10000 | B 11000 | C 12000 |
| b | $8675 - 289 =$ | A 8400 | B 8200 | C 8300 |
| c | $606 \times 25 =$ | A 12000 | B 18000 | C 15000 |
| d | $783 : 9 =$ | A 87 | B 78 | C 90 |

9 Schat de uitkomsten.

- | | | | |
|----------|--------------------------|----------|----------------------------------|
| a | $3249 + 9248 \approx$ | f | $11\% \text{ van } 2007 \approx$ |
| b | $1356 - 365 \approx$ | g | een vijfde van 1996 \approx |
| c | $3991 \times 21 \approx$ | h | $81 \times 4,92 \approx$ |
| d | $7613 : 24 \approx$ | i | $34 \times 898 \approx$ |
| e | $48,9 : 16 \approx$ | j | $3000 : 21 \approx$ |

10 Deze vraagstukken zijn met de rekenmachine uitgerekend.

Van welke antwoorden kun je direct zien dat ze fout zijn?

- | | | | |
|----------|---------------------------|----------|--------------------------------------|
| a | $23,4 \times 1,5 = 35,1$ | c | $828 : 18 = 45$ |
| b | $604,35 + 22,49 = 826,84$ | d | $67,38 + 17,2 \times 0,47 = 39,7526$ |

11 Maak de volgende opgaven met de rekenmachine, maar schat eerst de uitkomsten.

- | | | | |
|----------|-----------------------------------|----------|--------------------------|
| a | $231,45 + 807,1 - 125,63 \approx$ | c | $150112 : 306,5 \approx$ |
| b | $0,78 \times 483,5 \approx$ | d | $98,7 : 0,48 \approx$ |

12 Op een kassabon staan de volgende bedragen: € 23,47 € 11,04 € 7,55 € 3,95
Hoeveel moet je ongeveer betalen?

13 100 mijl komt overeen met 161 kilometer. Iemand rijdt 923 mijl.
Hoeveel kilometer is dat ongeveer?

14 Kan de volgende bewering waar zijn? Johan is vrachtwagenchauffeur en beweert dat hij vorig jaar 250 000 km heeft gereden.



1.3 Voorrangsregels

In een rekenopgave met verschillende bewerkingen gelden de volgende regels:

- Optellen en aftrekken doe je in de gegeven volgorde.
- Vermenigvuldigen en delen doe je ook in de gegeven volgorde.
- Komen de bewerkingen door elkaar voor dan gaan vermenigvuldigen en delen voor optellen en aftrekken.

Voorbeelden

1 $18 - 12 + 5 = 6 + 5 = 11$

2 $48 : 16 \times 5 = 3 \times 5 = 15$

3 $10 + 7 \times 6 = 10 + 42 = 52$

Je kunt door haakjes te zetten afwijken van de voorrangsregels. Wat tussen haakjes staat, moet je eerst uitrekenen.

Voorbeelden

(Vergelijk de volgende voorbeelden met de voorbeelden 1, 2 en 3.)

4 $18 - (12 + 5) = 18 - 17 = 1$

5 $48 : (16 \times 5) = 48 : 80 = 0,6$

6 $(10 + 7) \times 6 = 17 \times 6 = 102$

De situatie bepaalt hoe een rekenformule opgeschreven moet worden. Gebruik indien nodig haakjes.

Voorbeelden

7 Een taxi heeft als startbedrag € 3,50 en daarna € 2,50 per kilometer. Voor 6 kilometer betaal je dus $3,50 + 6 \times 2,50 = 18,50$ euro.

8 10 meisjes en 7 jongens krijgen ieder 6 schriften. Dat zijn $(10 + 7) \times 6 = 17 \times 6 = 102$ schriften.

Opgaven

- 15** $(1275 + 1275) : 25 =$
- 16** Een gymlokaal is 7,25 meter bij 16 meter. Er wordt een nieuwe kunststofvloer ingelegd van € 200,- per vierkante meter. Hoeveel kost dat?
- 17** Wat is de rest van de deling $3470 : 3466$?
- 18** Een wielrenner rijdt over één ronde 2 min. en 13 sec. Hij rijdt als een robot met constante snelheid. Hoe lang doet hij over 60 ronden?
- 19** De trein van 11.57 uit Den Helder komt om 14.41 in Nijmegen aan. Hoe lang duurt deze reis?
- 20** $16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21 =$
- 21**
- | | |
|---|---|
| a $6,5 \times 8 + 8 \times 7,5 =$ | f $49 : 7 \times 7 =$ |
| b $(40 \times 8,3) : (5 \times 8,3) =$ | g $1,32 + 0,11 - 0,14 - 0,18 + 2,81 =$ |
| c $12 \times 12 \times 12 : 12 =$ | h $(10000 - 39) - 61 =$ |
| d $0,032 : 8 =$ | i $1001 \times 1001 =$ |
| e $49 \times 51 + 51 =$ | j $3 : 3 \times 3 : 3 =$ |
- 22**
- | | |
|---------------------------------|---|
| a $(4 \times 27) - 54 =$ | e $35 = 175 : ?$ |
| b $(4,8 + 4,8) : 4,8 =$ | f $16 \times 0,5 : 4 \times 2 =$ |
| c $4,8 + 4,8 : 4,8 =$ | g $0,5 \times 16 + 4 \times 0,5 =$ |
| d $13^2 - 12^2 =$ | h $225 : ? = 15$ |
- 23**
- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| a $1000000 - 1 =$ | c $100000 \times 10000 =$ |
| b $1000000 - 1000 =$ | d $1000000 : 10000 =$ |
- 24**
- | | |
|---------------------------|---|
| a $0,38 : 0,019 =$ | b $(78 : 6 - 39 : 3) \times 783 =$ |
|---------------------------|---|
- 25** $3 + 5 + 3 + 5 + \dots$ (31 termen). Bereken de som.
- 26** Bedenk twee verschillende delingen waar 7,3 uitkomt.
- 27** Van welke twee opvolgende hele getallen is het product 1406?

1.4 Breuken

Teller en noemer

In de breuk $\frac{3}{5}$ heet “3” de **teller** (het gedeelte boven de streep) en “5” de **noemer** (het gedeelte onder de streep).

Negatieve teller of noemer

Een breuk kan op drie manieren een negatieve waarde krijgen:

- door een minteken voor de gehele breuk te zetten;
- door een minteken in de teller te zetten;
- door een minteken in de noemer te zetten.

Voorbeelden

1 $-\frac{1}{2} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2}$, maar let op: $-\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{-2}$

2 $\frac{-2}{23} = \frac{2}{-23} = -\frac{2}{23}$

3 $-\frac{12}{5} \neq \frac{-12}{-5}$, er geldt wel $-\frac{12}{5} = \frac{-12}{5} = \frac{12}{-5}$

Gelijkwaardige breuken

De waarde van een breuk verandert niet, als je de teller en de noemer met hetzelfde getal vermenigvuldigt.

De waarde van een breuk verandert niet, als je de teller en de noemer door hetzelfde getal deelt.

Zo kun je breuken **vereenvoudigen**. Desnoods met een tussenstap.

Voorbeelden

4 $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$ (teller en noemer vermenigvuldigen met 7)

5 $\frac{2}{7} = \frac{52}{182}$ (teller en noemer vermenigvuldigen met 26)

6 $\frac{-1}{-2} = \frac{-1 \cdot (-1)}{-1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ (teller en noemer vermenigvuldigen met -1)

7 $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ (teller en noemer delen door 2)

8 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ (teller en noemer delen door 3)

9 $\frac{30}{105} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ (teller en noemer eerst delen door 5 en daarna door 3)

Opgaven

28 Vul de ontbrekende getallen in.

a $\frac{-3}{5} = \frac{\dots}{-5} = -\frac{3}{\dots}$

e $\frac{5}{13} = -\frac{\dots}{13} = -\frac{5}{\dots}$

i $\frac{-31}{53} = \frac{\dots}{-53} = -\frac{31}{\dots}$

b $-\frac{3}{11} = \frac{3}{\dots} = \frac{\dots}{11}$

f $\frac{-7}{-17} = \frac{7}{\dots} = -\frac{7}{\dots}$

j $\frac{15}{17} = \frac{\dots}{-17} = -\frac{-15}{\dots}$

c $\frac{-10}{17} = \frac{10}{\dots} = -\frac{10}{\dots}$

g $\frac{-20}{-21} = \frac{20}{\dots} = -\frac{20}{\dots}$

k $\frac{11}{-12} = \frac{-11}{\dots} = -\frac{11}{\dots}$

d $\frac{23}{-15} = \frac{\dots}{15} = -\frac{\dots}{15}$

h $-\frac{-14}{17} = \frac{14}{\dots} = \frac{\dots}{-17}$

l $-\frac{4}{-13} = \frac{\dots}{13} = \frac{4}{\dots}$

29 Vul de ontbrekende getallen in.

a $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{25} = \frac{24}{\dots}$

e $\frac{5}{13} = \frac{\dots}{65} = \frac{65}{\dots}$

i $\frac{4}{13} = \frac{32}{\dots} = \frac{\dots}{52}$

b $\frac{2}{7} = \frac{22}{\dots} = \frac{\dots}{84}$

f $-\frac{5}{6} = \frac{\dots}{54} = -\frac{125}{\dots}$

j $-\frac{3}{8} = \frac{24}{\dots} = \frac{\dots}{96}$

c $\frac{3}{8} = \frac{24}{\dots} = \frac{\dots}{48}$

g $\frac{12}{13} = \frac{144}{\dots} = \frac{\dots}{169}$

k $\frac{-12}{17} = \frac{84}{\dots} = -\frac{\dots}{187}$

d $\frac{7}{9} = \frac{126}{\dots} = \frac{\dots}{126}$

h $\frac{1}{9} = \frac{9}{\dots} = \frac{\dots}{234}$

l $\frac{24}{30} = \frac{16}{\dots} = \frac{\dots}{35}$

30 Vereenvoudig door van de teller en de noemer zo klein mogelijke getallen te maken.

a $\frac{63}{84}$

e $\frac{34}{51}$

i $\frac{252}{315}$

b $\frac{48}{124}$

f $\frac{15}{-21}$

j $\frac{432}{1080}$

c $\frac{12}{96}$

g $\frac{-18}{74}$

k $\frac{159}{848}$

d $\frac{26}{36}$

h $\frac{1008}{1080}$

l $\frac{546}{1365}$

31 Vereenvoudig zo ver mogelijk.

a $\frac{78}{91}$

e $\frac{-108}{162}$

i $\frac{432}{648}$

b $\frac{-84}{98}$

f $\frac{105}{189}$

j $\frac{348}{464}$

c $\frac{75}{105}$

g $\frac{171}{209}$

k $\frac{837}{992}$

d $\frac{80}{-144}$

h $\frac{85}{153}$

l $\frac{1476}{1599}$



1.5 Optellen en aftrekken van breuken

Gelijknamige breuken

Breuken met dezelfde noemers heten **gelijknamig**.

Gelijknamige breuken kun je bij elkaar optellen door de tellers op te tellen. De noemers veranderen niet.

Gelijknamige breuken kun je van elkaar aftrekken door de tellers van elkaar af te trekken. De noemers veranderen niet.

Voorbeelden

1 $\frac{8}{11} + \frac{6}{11} = \frac{8+6}{11} = \frac{14}{11} = 1 \frac{3}{11}$

2 $\frac{4}{12} - \frac{11}{12} = \frac{4-11}{12} = \frac{-7}{12} = -\frac{7}{12}$

3 $2\frac{1}{5} + 4\frac{2}{5} = 2 + \frac{1}{5} + 4 + \frac{2}{5} = 6\frac{3}{5}$

Breuken gelijknamig maken

Soms moet je ongelijknamige breuken optellen of van elkaar aftrekken.

Je maakt de breuken dan eerst gelijknamig. De eenvoudigste manier is om de noemers met elkaar te vermenigvuldigen.

Voorbeelden

4 $\frac{8}{11} + \frac{5}{9} = \frac{8 \cdot 9}{11 \cdot 9} + \frac{5 \cdot 11}{9 \cdot 11} = \frac{72}{99} + \frac{55}{99} = \frac{127}{99} = 1 \frac{28}{99}$

5 $\frac{7}{11} - \frac{5}{8} = \frac{7 \cdot 8}{11 \cdot 8} - \frac{5 \cdot 11}{8 \cdot 11} = \frac{56}{88} - \frac{55}{88} = \frac{1}{88}$

Gemeenschappelijke veelvouden

Vaak kun je de nieuwe noemer wat 'zuiniger' nemen. Je zoekt dan naar het **kleinste gemeenschappelijke veelvoud** van beide noemers.

Voorbeeld

Om $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$ uit te rekenen hoef je geen 48 van de noemers te maken.

Veelvouden van 6 zijn: 6 12 18 24 30 36 42 48

Veelvouden van 8 zijn: 8 16 24 32 40 48

Het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van 6 en 8 is dus 24.

Daarmee kun je $\frac{5}{6}$ en $\frac{7}{8}$ als volgt optellen:

$$\frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} + \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} + \frac{21}{24} = \frac{41}{24} = 1 \frac{17}{24}$$

Opgaven

32 Bereken (schrijf het resultaat als één breuk).

a $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

d $\frac{5}{13} + \frac{9}{13}$

g $\frac{6}{25} + \frac{11}{25} + \frac{13}{25}$

b $\frac{1}{11} + \frac{4}{11} + \frac{5}{11}$

e $\frac{4}{25} + \frac{23}{25} + \frac{1}{25}$

h $\frac{8}{21} + \frac{4}{21} + \frac{2}{21}$

c $\frac{3}{7} + 1\frac{6}{7}$

f $\frac{8}{13} + 2\frac{1}{13} + \frac{4}{13} + 5\frac{2}{13}$

i $2\frac{3}{13} + 3\frac{4}{13} + 4\frac{6}{13}$

33 Bereken (schrijf het resultaat als één breuk).

a $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$

d $1\frac{3}{11} - \frac{8}{11}$

g $1\frac{4}{35} - \frac{9}{35}$

b $\frac{15}{19} - \frac{4}{19} - \frac{3}{19}$

e $5 - 2\frac{3}{4}$

h $1\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - \frac{4}{5}$

c $\frac{5}{13} - \frac{9}{13}$

f $\frac{4}{7} - 1\frac{1}{7} - \frac{5}{7}$

i $2\frac{1}{9} - 1\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$

34 Bereken (schrijf het resultaat als één breuk).

a $\frac{3}{5} + \frac{1}{7}$

e $3\frac{2}{9} + 1\frac{5}{7}$

i $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7}$

b $\frac{15}{19} - \frac{4}{5}$

f $1\frac{3}{8} - \frac{1}{3}$

j $\frac{4}{5} - \frac{1}{7} + \frac{2}{9}$

c $2\frac{1}{11} + \frac{3}{4}$

g $5\frac{3}{10} + 3\frac{4}{11}$

k $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$

d $2\frac{5}{13} - 1\frac{1}{3}$

h $3\frac{5}{7} - 1\frac{17}{18}$

l $\frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$

35 Bereken het kleinste gemeenschappelijke veelvoud.

a 12 en 8

e 72 en 108

i 4, 6 en 10

b 5 en 15

f 2, 6 en 15

j 12, 15 en 16

c 12 en 126

g 48, 56 en 30

k 8, 16 en 20

d 35 en 28

h 10, 18 en 30

l 6, 9 en 18

36 Bereken (gebruik de antwoorden van opgave 35).

a $\frac{7}{12} - \frac{3}{8}$

e $\frac{25}{72} + \frac{7}{108}$

i $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{9}{10}$

b $\frac{3}{5} + \frac{1}{15}$

f $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{15}$

j $2\frac{5}{12} + 1\frac{4}{15} - 3\frac{3}{16}$

c $\frac{1}{12} + \frac{5}{126}$

g $\frac{5}{48} - \frac{1}{56} - \frac{1}{30}$

k $5\frac{5}{8} - 3\frac{5}{16} - 2\frac{1}{20}$

d $\frac{7}{35} - \frac{6}{28}$

h $\frac{7}{30} - \frac{5}{18} + \frac{3}{10}$

l $2\frac{5}{6} - 3\frac{8}{9} + 1\frac{5}{18}$



1.6 Vermenigvuldigen en delen van breuken

Vermenigvuldigen van twee breuken

Twee breuken met elkaar vermenigvuldigen betekent: vermenigvuldig de tellers met elkaar en vermenigvuldig ook de noemers met elkaar.

Voorbeelden

$$1 \quad 3 \cdot \frac{2}{11} = \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{11} = \frac{6}{11}$$

$$2 \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

$$3 \quad \frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{5} = \frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 5} = \frac{48}{20} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$4 \quad 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{63}{8} = 7\frac{7}{8}$$

Delen door een breuk

Om $\frac{T}{p}$ te berekenen, kun je eerst de teller en de noemer allebei vermenigvuldigen met q . Je krijgt dan $\frac{T \cdot q}{p}$ en dat is $T \cdot \frac{q}{p}$.

Dat betekent: delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk.

Delen door $\frac{2}{3}$ is dus hetzelfde als vermenigvuldigen met $\frac{3}{2}$.

Voorbeelden

$$5 \quad \frac{5}{2} = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

$$6 \quad \frac{\frac{3}{11}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{11} \cdot \frac{4}{1} = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$$

$$7 \quad \frac{6}{11} : 3 = \frac{6}{11} : \frac{3}{1} = \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{33} = \frac{2}{11}$$

(delen door 3 is dus hetzelfde als vermenigvuldigen met $\frac{1}{3}$)

$$8 \quad 2\frac{1}{4} : 3\frac{1}{2} = \frac{9}{4} : \frac{7}{2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$$

Opgaven

37 Bereken.

a $4 \cdot \frac{3}{17}$

c $7 \cdot \frac{6}{85}$

e $3 \cdot \frac{13}{42}$

g $12 \cdot \frac{5}{8}$

b $5 \cdot \frac{3}{17}$

d $4 \cdot \frac{-3}{5}$

f $6 \cdot \frac{1}{15}$

h $15 \cdot \frac{9}{10}$

38 Bereken (en schrijf zo eenvoudig mogelijk).

a $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7}$

c $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{13}$

e $\frac{12}{13} \cdot \frac{5}{6}$

g $\frac{4}{5} \cdot \frac{35}{36}$

b $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{5}$

d $\frac{8}{5} \cdot \frac{25}{64}$

f $\frac{16}{27} \cdot \frac{3}{8}$

h $\frac{7}{9} \cdot \frac{15}{16}$

39 Bereken (en schrijf zo eenvoudig mogelijk).

a $\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$

c $1\frac{2}{5} \cdot 3\frac{1}{4}$

e $3\frac{3}{8} \cdot 6$

g $3\frac{1}{2} \cdot 6\frac{4}{7}$

b $\frac{3}{7} \cdot 2\frac{5}{6}$

d $2\frac{3}{7} \cdot 4\frac{1}{5}$

f $12 \cdot 4\frac{2}{9}$

h $2\frac{3}{4} \cdot 5\frac{5}{7}$

40 Bereken.

a $\frac{\frac{10}{23}}{5}$

c $\frac{\frac{10}{13}}{3}$

e $\frac{8}{9} : 4$

g $\frac{\frac{25}{26}}{10}$

b $\frac{\frac{24}{25}}{8}$

d $\frac{\frac{15}{23}}{9}$

f $\frac{7}{9} : 4$

h $\frac{12}{21} : 14$

41 Bereken (en schrijf zo eenvoudig mogelijk).

a $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}}$

d $\frac{\frac{8}{15}}{\frac{12}{5}}$

g $\frac{\frac{9}{16}}{\frac{3}{4}}$

j $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{5}}$

b $\frac{\frac{14}{2}}{\frac{5}{5}}$

e $\frac{\frac{3}{1}}{\frac{1}{5}}$

h $8 : \frac{2}{3}$

k $12 : \frac{5}{24}$

c $\frac{\frac{5}{9}}{\frac{11}{17}}$

f $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$

i $9 : \frac{12}{25}$

l $\frac{\frac{108}{75}}{\frac{48}{35}}$

42 Bereken (en schrijf zo eenvoudig mogelijk).

a $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5}$

d $1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{5}$

g $3\frac{6}{7} : 3$

b $3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5}$

e $2\frac{2}{7} : 4\frac{4}{5}$

h $9\frac{12}{13} : 3$

c $6\frac{1}{8} \cdot 3\frac{3}{7}$

f $6\frac{6}{7} : 3\frac{3}{5}$

i $2\frac{3}{4} : 4\frac{2}{5}$



1.7 Procenten

Procenten zijn op te vatten als gestandaardiseerde breuken met noemer 100.

21% is ook $\frac{21}{100}$ deel. 21% is ook gelijkwaardig aan het decimale getal 0,21.

Voor berekeningen, zeker met een rekenmachine, zijn twee strategieën handig:

- Bereken eerst 1% van het geheel.
- Reken met het gelijkwaardige decimale getal.

Voorbeeld

1 Hoeveel is 21% van € 250?

- 1% van € 250 is € 2,50. 21% is $21 \times € 2,50 = € 52,50$
- $0,21 \times € 250 = € 52,50$

Toename en afname

Voorbeelden

2 Je zet € 250 op een spaarrekening die 2,3% rente geeft per jaar.

Na één jaar staat er $€ 250 + 0,023 \times € 250 = 1,023 \times 250 = € 255,75$ op de rekening.

3 Vaste klanten bij een tankstation kunnen 6% korting krijgen.

46 liter benzine kost aan de pomp € 94,30. Met korting wordt dit $€ 94,30 - 0,06 \times € 94,30 = 0,94 \times € 94,30 = € 84,64$.

Bij een **verhoging met een percentage van 2,3%** kun je handig rekenen door te vermenigvuldigen met 1,023 (want $1 + \frac{2,3}{100} = 1,023$).

Bij een **verlaging met een percentage van 6%** kun je handig rekenen door te vermenigvuldigen met 0,94 (want $1 - \frac{6}{100} = 0,94$).

Voorbeelden

4 Een vereniging telt 100 leden. Na een jaar zijn het er 120 en na nog weer een jaar 132. In het eerste jaar is de groei 20% (van 100). In het tweede jaar is dat 10% (van 120). Over die twee jaar is de groei 32% (niet: $20\% + 10\% = 30\%$)

5 In klas A zakt 20% van de 30 leerlingen voor een toets. In parallelklas B met 20 leerlingen zakt 10% voor de toets. In totaal zakken 6 leerlingen in klas A en 2 leerlingen in klas B voor de toets.

Dat is 8 van de 50, ofwel 16% (niet: $\frac{20\%+10\%}{2} = 15\%$)

Opgaven

- 43** Bereken:
- | | | |
|----------------------|--------------------------|------------------------------------|
| a 4% van 625 | d 55% van 330 | g $\frac{1}{2}$ % van € 260 |
| b 75% van 28 | e 300% van € 2,50 | h 10,5% van € 450 |
| c 12% van 720 | f 180% van 1515 | i 9,9% van € 610 |
- 44** Hoeveel procent is het?
- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a 40 van 160 is ...% | c € 35 van € 125 is ...% | e $\frac{1}{3}$ deel is ...% |
| b 26 van 250 is ...% | d € 12,50 van € 35 is ...% | f $\frac{5}{8}$ deel is ...% |
- 45** Bereken de korting in procenten.
- a** Een e-bike van € 1899 kost in de aanbieding € 1599.
 - b** Een laptop van € 549 kost in de aanbieding € 249.
 - c** 2 kilo sinaasappels van € 3,29 nu voor € 2,89.
- 46** De prijs van een computer gaat met 15% omlaag. De oude prijs is € 990. Bereken de nieuwe prijs.
- 47** Op een broek is 30% korting gegeven. Je betaalt er nu € 105 voor. Wat kostte de broek zonder korting?
- 48** In de uitverkoopweken adverteert een winkel dat je de 21% btw niet hoeft te betalen. Hoeveel procent korting geeft de winkel op de normale prijs (inclusief btw)?
- 49** Een nieuwe politieke partij start met 5000 leden. In de eerstvolgende 5 jaar neemt het ledenaantal jaarlijks met 20% toe. Hoeveel leden heeft de politieke partij na 5 jaar?
- 50** Het CBS publiceert de gemiddelde jaarlijkse inflatie. Voor de jaren 2021, 2022 en 2023 was dat achtereenvolgens 2,7%, 10% en 5%. Hoeveel procent zijn, volgens deze cijfers, de prijzen over de gehele periode van 3 jaar gestegen?